Je comprends C2

Théorie par l'exemple et la vidéo

1 Fonctions

L'essentiel en vidéo

Définition et vocabulaire

http://sesamath.ch/postco/fct/02/v01-p

Définition et vocabulaire : exemples

http://sesamath.ch/postco/fct/02/v01-e

Définition

Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre, associe un (autre) nombre.
On peut souvent exprimer le procédé sous la forme d'une expression littérale.

» **Remarque :** La notion de fonction peut également être utilisée avec d'autres objets mathématiques que des nombres !

Notations

On utilise la notation $f : x \longmapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x, associe le nombre $f(x)$ », ou plus simplement $f(x) = ...$

Exercices corrigés

Détermine la fonction g qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le périmètre d'une face de ce cube.

Correction

La face d'un cube est un carré de périmètre $P = 4 \cdot x$.
D'où $g(x) = 4x$ ou $g : x \longmapsto 4x$.

Détermine la fonction h qui, à la longueur x d'une arête d'un cube, associe le volume de ce cube.

Correction

Le volume V d'un cube dont la longueur des arêtes est x est $V = x \cdot x \cdot x = x^3$. D'où $h(x) = x^3$ ou $h : x \longmapsto x^3$.

Définition

Soit f une fonction. Si $f(a) = b$ alors on dit que :
- b est **l'image** de a par f. L'**image** d'un nombre est **unique**.
- a est **une préimage** de b par f. Un nombre b peut avoir **plusieurs préimages**.

Exercice corrigé

Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

Détermine l'image de -5 par la fonction f.

Correction

$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^2 - 4$ donc $f(\mathbf{-5}) = (\mathbf{-5})^2 - 4 = 25 - 4 = \mathbf{21}$

Définition

On considère deux nombres $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ quelconques.
- On appelle **fonction affine** une fonction f qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe le nombre $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}$, c'est-à-dire $f : \boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{ax} + \boldsymbol{b}$, ou encore $f(x) = ax + b$
- On appelle **fonction linéaire** de coefficient $\boldsymbol{a}$ une fonction f qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe le nombre $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{x}$, c'est-à-dire $f : \boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{ax}$, ou encore $f(x) = ax$
- On appelle **fonction constante** une fonction f qui, à tout nombre noté $\boldsymbol{x}$, associe toujours le même nombre $\boldsymbol{b}$, c'est-à-dire $f : \boldsymbol{x} \longmapsto \boldsymbol{b}$, ou encore $f(x) = b$

» **Remarque :** Une fonction linéaire est donc une fonction affine particulière (cas où $b = 0$).

Propriétés

Tout nombre admet **une unique préimage** par une fonction linéaire ou affine non constante.

Exercices corrigés

Je comprends C2

Théorie par l'exemple et la vidéo

Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

- $f(x) = 3x$
- $g(x) = -7x + 2$
- $h(x) = 5x^2 - 3$
- $k(x) = x$
- $l(x) = 3x - 7$

Correction

- f est linéaire de coefficient 3.
- g est affine de coefficient $a = -7$ et $b = 2$
- h n'est pas affine car x est élevé au carré.
- k est linéaire de coefficient 1.
- l est affine de coefficient $a = 3$ et $b = -7$.

- Soit la fonction f linéaire telle que $f(x) = 2x$. Calcule la préimage de 7 par la fonction f.
- Soit la fonction g affine telle que $g(x) = 5x - 1$. Calcule la préimage de 14 par la fonction g.

Correction

- La préimage de 7 par f est solution de l'équation : $f(\boldsymbol{x}) = 7$ soit $2\boldsymbol{x} = \mathbf{7}$ donc $\boldsymbol{x} = 3{,}5$. La préimage de **7** par f est donc **3,5**.
- La préimage de 14 par g est solution de l'équation : $g(\boldsymbol{x}) = \mathbf{14}$ soit $5\boldsymbol{x} - 1 = \mathbf{14} \Leftrightarrow 5\boldsymbol{x} = 15 \Leftrightarrow \boldsymbol{x} = 3$. La préimage de **14** par g est donc **3**.

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.175-177 avec corrigés complets pp.257-260

2 Représenter une fonction

L'essentiel en vidéo

Représenter une fonction

http://sesamath.ch/postco/fct/02/v02-p

Représenter une fonction : exemples

http://sesamath.ch/postco/fct/02/v02-e

Définition

Les images respectives par la fonction f de certaines valeurs peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

Exercice corrigé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction f :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

b. Détermine un (des) préimage(s) de 0 par la fonction f.

Correction

a. On cherche 0 sur la 1re ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2de ligne. **L'image** de 0 par la fonction f est -4.

On écrit $f(0) = -4$ (ou $f : 0 \longmapsto -4$).

b. On cherche 0 sur la 2de ligne du tableau et on lit ses **préimages** sur la 1re ligne.

Des préimages de 0 par la fonction f sont -2 et 2.

On écrit $f(-2) = f(2) = 0$.

Définition

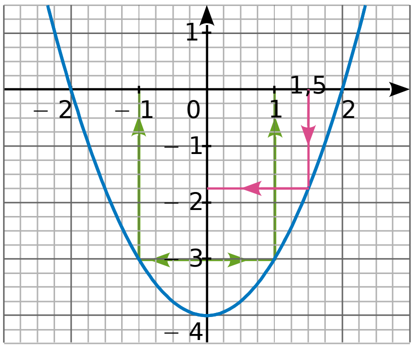
La **représentation graphique** d'une fonction f, dans un repère, est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ f(x))$.

Je comprends C2

Théorie par l'exemple et la vidéo

Exercice corrigé

Le graphique représente la fonction f :



b. Détermine graphiquement $f(1{,}5)$.

c. Détermine graphiquement la (les) préimage(s) de – 3 par la fonction f.

Correction

a. pour calculer $f(1{,}5)$, soit l'image de 1,5 par f, on part de 1,5 sur l'axe horizontal puis on identifie le point correspondant sur la représentation graphique de f ; à partir de ce point, on lit l'image -1,75 sur l'axe vertical. En résumé : $\boldsymbol{f(1{,}5) = -1{,}75}$.

b. pour calculer la (les) préimage(s) de – 3 par f, on part de – 3 sur l'axe vertical puis on identifie le(s) point(s) correspondant sur la représentation graphique de f ; à partir de ce(s) point(s), on lit la(les) préimage(s) **– 1** et **1** sur l'axe horizontal. En résumé : **– 3** a **deux préimages** par la fonction f : **– 1 et 1**.

Méthode

La **représentation graphique d'une fonction linéaire** est une droite passant par l'origine du repère, non horizontale et non verticale. Les coordonnées d'un seul point suffisent donc pour tracer cette droite.

La **représentation graphique d'une fonction affine non constante** est une droite non horizontale et non verticale. Les coordonnées de deux points suffisent donc pour tracer cette droite.

La **représentation graphique d'une fonction constante** est une droite horizontale. Les coordonnées d'un seul point suffisent donc pour tracer cette droite.

Propriétés

Les fonctions linéaires modélisent des **situations de proportionnalité**.

Exercice corrigé

a. Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = -0{,}5x$.

b. Représente graphiquement la fonction affine g définie par $g : x \longmapsto 3x - 2$.

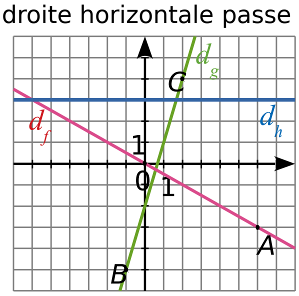
c. Représente graphiquement la fonction constante h définie par $h(x) = 3$

Correction

a. f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère. Il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points. On calcule – par exemple : $f(6)=-3$.
d_f est donc la droite qui contient le point $A(6 ; -3)$.

b. g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite. Il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.
On calcule : $g(-1)=-5$ et $g(2)=4$. d_g est donc la droite qui contient les points $B(-1 ; -5)$ et $C(2 ; 4)$.

c. h est une fonction constante. Toutes les images sont égales à 3. La droite horizontale passe par $D(0;3)$.



S'exercer papier-crayon

Exercices pp.178-182 avec corrigés complets pp.260-265

Théorie par l'exemple et la vidéo

3 Modéliser avec les fonctions

L'essentiel en vidéo

Modéliser avec les fonctions : un exemple

http://sesamath.ch/postco/fct/02/v03-e

Exercices corrigés

En cours de sciences physiques, Inés et Diogu ont réalisé un circuit électrique avec un générateur de courant variable. Ils veulent trouver la valeur de la résistance R (en Ω) de ce circuit.

Intensité en A	0,0029	0,0117	0,0234
Tension en V	1,5	6	12

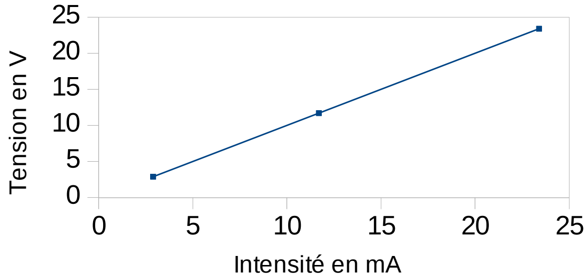
Voici les mesures obtenues.

Interprète ce tableau de valeurs.

Correction

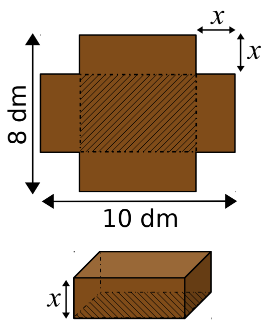
On considère ce tableau comme le tableau de valeurs d'une fonction f qui à I associe U.

Un tableur-grapheur donne le graphique suivant.



On reconnaît la représentation graphique d'une fonction linéaire. On détermine son coefficient :
1,5 ÷ 0,0029 ≈ 517.
A partir de la formule U=RI on déduit que le circuit est donc composé d'une résistance de 517 Ω.

Avec une plaque de carton rectangulaire de 8 dm par 10 dm, en découpant quatre carrés identiques, on obtient le patron d'une boîte (sans couvercle !).



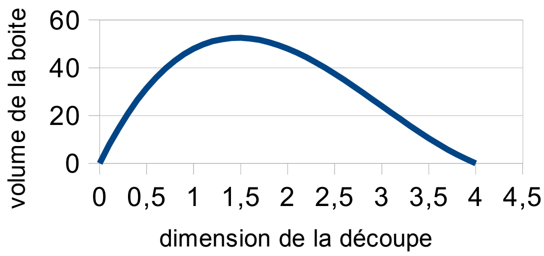
On veut trouver la longueur du côté des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume sera maximal.
On note x cette longueur en cm.

Estime ce volume maximal et la longueur x au cm près.

Correction

Le volume de cette boîte est donné par la formule :
V = **Longueur** · **largeur** · **hauteur** soit
V = (**10 – 2**x) · (**8 – 2**x) · x

On appelle f la fonction qui à x associe ce volume. Un tableur-grapheur donne la représentation de la fonction f.



On estime le volume maximal aux environs de 1,5. On affine avec un tableau de valeurs.

x	1,4	1,5	1,6
V=f(x)	52,416	52,5	52,224

Le volume est maximal pour 1,5 dm (environ).

S'exercer papier-crayon
Exercices pp.183-186 avec corrigés complets pp.265-268