

1) Puissances d'exposant positif, nul ou négatif

L'essentiel en vidéo

Définir les puissances d'exposant positif, négatif ou nul

<http://sesamath.ch/postco/04/v01-p>



Travailler avec les puissances d'exposant positif, négatif ou nul

<http://sesamath.ch/postco/04/v01-e>



Définition (puissances positives)

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre a : $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot a^n$ se lit « **a exposant n** » ou

« **a puissance n** », a^n est appelé **puissance n-ième de a**, n est appelé **l'exposant**.

» **Remarques** : $a^1 = a$; a^2 se lit « a au carré » ; a^3 se lit « a au cube »

Définition (puissance nulle)

Pour tout nombre a non nul : $a^0 = 1$

» **Remarque** : 0^0 n'existe pas !

Exercices corrigés

Donne l'écriture décimale de 5^4

Correction

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \mathbf{625}$$

Ecris $7^2 \cdot 7^3$ comme puissance de 7

Correction

$$7^2 \cdot 7^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7) = \mathbf{7^5}$$

Donne l'écriture décimale de $(-2)^0$

Correction

$$(-2)^0 = \mathbf{1}$$

Définition (puissances négatives)

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre a non nul : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ et $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

» **Exemples** : $a^{-1} = \frac{1}{a}$; $a^{-8} = \frac{1}{a^8}$

Exercices corrigés

Donne l'écriture décimale de 10^{-3} .

Correction

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = \mathbf{0,001}$$

Écris sous la forme d'une puissance : $\frac{2^3}{2^5}$

Correction

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2^2} = \mathbf{2^{-2}}$$

Écris sous forme d'une puissance entière positive :

$$\frac{1}{a^{-2}}$$

Correction

$$\frac{1}{a^{-2}} = \mathbf{a^2}$$

Méthode pour déterminer le signe d'une puissance

Pour déterminer le signe d'une puissance : si a est **positif** alors a^n est **positif**. Si a est **négatif** alors a^n est **positif** lorsque l'exposant n est pair, et **négatif** lorsque l'exposant n est impair.

Exercices corrigés

Détermine le signe de $A = (-3)^4$

Détermine le signe de $B = -3^4$

Détermine le signe de $C = (-2)^{-5}$

Correction

- 3 est **négatif** et l'exposant 4 est **pair**, donc A est **positif**.

Correction

B est une puissance de 3, nombre **positif**, précédée d'un signe **-**. B est donc **négatif**.

Correction

- 2 est **négatif** et l'exposant - 5 est **impair**, C est donc **négatif**.

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.85-86 avec corrigés complets pp.126-127

2 Calculer avec des puissances

L'essentiel en vidéo

Le principe des calculs avec des puissances d'exposant positif, négatif ou nul

<http://sesamath.ch/postco/04/v02-p>



Calculer avec les puissances d'exposant positif, négatif ou nul

<http://sesamath.ch/postco/04/v02-e>



Aller plus loin

Pourquoi les « règles » de calcul avec les puissances sont-elles vraies ?

<http://sesamath.ch/postco/04/v02-c>



Méthode

Dans le cas d'un enchaînement de calculs, la puissance, qui est elle-même une multiplication doit se calculer avant les multiplications. En résumé, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses, puis les exposants, puis les multiplications et les divisions et finalement les additions et les soustractions.

Exercice corrigé

Calcule : $A = 1 + 5 \cdot 2^4$

Correction

$A = 1 + 5 \cdot 2^4 = 1 + 5 \cdot 16 = 1 + 80 = 81$

Méthode

Pour tout nombre a non nul et pour tous nombres entiers m et p :

$$a^m \cdot a^p = a^{m+p} \quad \frac{a^m}{a^p} = a^{m-p} \quad \text{et} \quad (a^m)^p = a^{m \cdot p} \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exercices corrigés

Écris les expressions suivantes sous la forme a^n , où a est un nombre relatif non nul et n un entier relatif.

$$A = 5^7 \cdot 5^4 \quad B = \frac{(-2)^{-5}}{(-2)^{-6}} \quad C = (0,2^{-3})^4$$

Correction

$$A = 5^7 \cdot 5^4 = 5^{7+4} = 5^{11}$$

$$B = \frac{(-2)^{-5}}{(-2)^{-6}} = (-2)^{-5-(-6)} = (-2)^{-5+6} = (-2)^1 = (-2)$$

$$C = (0,2^{-3})^4 = 0,2^{-3 \times 4} = 0,2^{-12}$$

Écris le nombre $E = \frac{(-2)^4 \cdot 4^{-5}}{8^{-3}}$ sous la forme d'une puissance de 2.

Correction

$$E = \frac{(-2)^4 \cdot (2^2)^{-5}}{(2^3)^{-3}} = \frac{2^4 \cdot 2^{-10}}{2^{-9}} = 2^{4+(-10)-(-9)}$$

Écris les expressions suivantes sous la forme a^n , où a est un nombre non nul et n un entier.

Correction

$$F = 2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3 \quad G = \frac{1,5^{-5}}{0,5^{-5}} = \left(\frac{1,5}{0,5}\right)^{-5} = 3^{-5}$$

$$H = (-6)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$$

$$H = (-6)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = \left(-6 \cdot \frac{1}{3}\right)^{-5} = (-2)^{-5}$$

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.87-88 avec corrigés complets pp.128-129

3 Puissances de 10

L'essentiel en vidéo

Les puissances de 10



<http://sesamath.ch/postco/04/v03-p>

Calculer avec les puissances de 10



<http://sesamath.ch/postco/04/v03-e>

Exercice corrigé

Écris les nombres 100000 ; 0,01 ; 100 et 0,000001 sous la forme d'une puissance de 10.

Correction

- 100000 = 10^5
- 0,01 = 10^{-2}
- 100 = 10^2
- 0,000001 = 10^{-6}

Méthode

Pour calculer avec des puissances de 10, on utilise les cas particuliers des propriétés vues précédemment :

Si m et p sont des entiers relatifs quelconques : $10^m \cdot 10^p = 10^{m+p}$ $\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$ $(10^m)^p = 10^{m \cdot p}$

Attention : Il n'y a pas de règle avec l'addition ou la soustraction !

Exercices corrigés

Écris les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance de 10.

$$A = 10^4 \cdot 10^3 ; B = 10^{-3} \cdot 10^{-7}$$

$$C = \frac{10}{10^{-3}} ; D = \frac{10^{-7}}{10^3} ; E = (10^{-3})^{-7} \times (10^2)^{-3}$$

Correction

$$A = 10^4 \cdot 10^3 = 10^{4+3} = 10^7$$

$$B = 10^{-3} \cdot 10^{-7} = 10^{-3+(-7)} = 10^{-10}$$

$$C = \frac{10^1}{10^{-3}} = 10^{1-(-3)} = 10^{1+3} = 10^4$$

$$D = \frac{10^{-7}}{10^3} = 10^{-7-3} = 10^{-10}$$

$$E = 10^{-3 \cdot (-7)} \cdot 10^{2 \cdot (-3)} = 10^{21} \cdot 10^{-6} = 10^{21+(-6)} = 10^{15}$$

Donne l'écriture décimale des nombres $F = 10^3 + 10^2$ et $G = 10^{-2} - 10^{-3}$.

Correction

$$F = 10^3 + 10^2 = 1\,000 + 100 = 1\,100$$

$$G = 10^{-2} - 10^{-3} = 0,01 - 0,001 = 0,009$$

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.89-90 avec corrigés complets pp.130-131

4 Utiliser la notation scientifique

L'essentiel en vidéo

Le principe de la notation scientifique

<http://sesamath.ch/postco/04/v04-p>

Calculer avec la notation scientifique

<http://sesamath.ch/postco/04/v04-e>

Définitions

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \cdot 10^n$, où a est un nombre décimal **ayant un seul chiffre non nul pour partie entière** et où n est un nombre **entier relatif**. a est appelé **mantisse** du nombre.

Exercice corrigé

Écris le nombre $A = 6\,430$ en notation scientifique.

Correction

$$A = 6\,430 = 6,43 \cdot 1\,000 = 6,43 \cdot 10^3$$

L'écriture scientifique de A est donc $6,4 \cdot 10^3$.

Méthode

Pour **comparer deux nombres en notation scientifique**, on compare d'abord leurs signes. S'il sont de même signe, on peut comparer leurs **ordres de grandeur** à l'aide des **exposants** de leur puissance de 10. En cas d'égalité des exposants, on compare alors les mantisses.

Exercice corrigé

Compare

- $A = 1,7 \cdot 10^3$ et $B = 2,5 \cdot 10^2$
- $C = 12,4 \cdot 10^3$ et $D = 3,1 \cdot 10^4$.

Correction

- L'ordre de grandeur de A est 10^3 alors que B est de l'ordre de 10^2 . Donc $A > B$.
- La notation scientifique de C est :
 $C = 1,24 \cdot 10 \cdot 10^3 = 1,24 \cdot 10^4$.
 C et D ont le même ordre de grandeur.
 Or, $1,24 < 3,1$ donc $C < D$.

Méthode

Pour **calculer avec des nombres en notation scientifique** dans un calcul ne comportant que des multiplications et divisions, on regroupe les nombres écrits sous la forme de puissances de 10 d'un côté et les mantisses de l'autre côté, puis on calcule avec les règles habituelles.

Exercices corrigés

Donne l'écriture scientifique du produit de $A = 2 \cdot 10^4$ et $3 \cdot 10^3$

Correction

$$A = 2 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^3 = 2 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 10^3 = 6 \cdot 10^{4+3} = 6 \cdot 10^7.$$

Donne l'écriture décimale

$$\text{de } B = \frac{14 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4}$$

Correction

$$\begin{aligned} B &= \frac{14 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4} = \frac{14 \cdot 5}{2} \cdot \frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^4} = \\ &= 35 \cdot \frac{10^{-3+6}}{10^4} = 35 \cdot \frac{10^3}{10^4} = 35 \cdot 10^{3-4} = 35 \cdot 10^{-1} = 3,5 \end{aligned}$$

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.91-92 avec corrigés complets pp.132-133