

1 Développer

L'essentiel en vidéo

Identifier sommes et produits

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v01-p1>



Méthodes pour développer

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v01-p2>



Exemples d'exercices de développement

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v01-e2>



Aller plus loin en vidéo

Démontrer la distributivité

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v01-c1>



Démontrer les identités remarquables

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v01-c2>



Rappels de vocabulaire

La **somme** est le résultat de l'**addition**, la **différence** le résultat d'une **soustraction**. Une somme ou une différence est constituée de **termes**.

Le **produit** est le résultat d'une **multiplication** (et le **quotient** celui d'une **division**). Un produit est constitué de **facteurs**.

» **Exemples** : $a^2 + 2ab$ est une somme dont a^2 et $2ab$ sont les termes. $2ab$ est un produit dont 2 , a et b sont les facteurs.

Définition

Développer c'est transformer un **produit** en **somme** ou **différence**.

Définition

Soient a , b et c trois nombres quelconques. La **simple distributivité (de la multiplication sur l'addition/la soustraction)** est :

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \qquad a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

» **Remarque** : on parle le plus souvent plus simplement de la **distributivité**

Première méthode pour développer : la distributivité

Pour développer une expression, on peut utiliser la distributivité.

Exercices corrigés

Développe : $A = 3(x + 7)$.

Correction

$$A = 3(x + 7) = 3 \cdot (x + 7) = 3 \cdot x + 3 \cdot 7 = 3x + 21$$

Développe : $C = 3,5(x - 2)$.

Correction

$$C = 3,5(x - 2) = 3,5 \cdot (x - 2) = 3,5 \cdot x + 3,5 \cdot (-2) = 3,5x - 7$$

Définition

Soient a, b, c et d quatre nombres quelconques. La **double distributivité (de la multiplication sur l'addition)** est :

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

Deuxième méthode pour développer : la double distributivité

Pour développer une expression, on peut utiliser la double distributivité.

Exercices corrigés

Développe et simplifie l'expression suivante :

$$D = (3x + 1)(y + 4).$$

Correction

$$D = (3x + 1)(y + 4) = 3x \cdot y + 3x \cdot 4 + 1 \cdot y + 1 \cdot 4 \\ = 3xy + 12x + y + 4$$

Développe et simplifie l'expression suivante :

$$E = (3x - 1)(y - 4).$$

Correction

$$D = (3x - 1)(y - 4) = 3x \cdot y + 3x \cdot (-4) - 1 \cdot y - 1 \cdot (-4) \\ = 3xy - 12x - y + 4$$

Définition

Pour tous nombres a et b , les **identités remarquables** sont :

ID 1 [carré d'une somme] : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ID 2 [carré d'une différence] : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ID 3 [différence de deux carrés] : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

» **Remarque** : On peut démontrer ces identités remarquables, soit algébriquement, soit de façon géométrique (voir la vidéo en début de section) !

Troisième méthode pour développer : les identités remarquables

Pour développer une expression, on peut utiliser les identités remarquables. Celles-ci peuvent en effet être écrites de telle sorte à faire apparaître une transformation de produit en somme ou différence :

ID 1 : $(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

ID 2 : $(a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

ID 3 : $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Exercices corrigés

Développe et réduis l'expression $A = (x + 1)^2$

Correction

$$\bullet A = (x + 1)^2 \\ = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 \\ = x^2 + 2x + 1$$

Développe et réduis l'expression $B = (x - 4)^2$

Correction

$$\bullet B = (x - 4)^2 \\ = x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 \\ = x^2 - 8x + 16$$

Développe et réduis l'expression $C = (3x - 5)^2$

Correction

$$\begin{aligned} \bullet C &= (3x - 5)^2 \\ &= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 \\ &= 9x^2 - 30x + 25 \end{aligned}$$

Développe et réduis l'expression $D = (7x + 2)(7x - 2)$

Correction

$$\begin{aligned} \bullet D &= (7x + 2)(7x - 2) \\ &= (7x)^2 - 2^2 \\ &= 49x^2 - 4 \end{aligned}$$

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.20 avec corrigés complets pp.102-103

2 Factoriser

L'essentiel en vidéo

Factoriser

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v02-p>



Exemples d'exercices de factorisation

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v02-e>



Aller plus loin en vidéo

Pourquoi factoriser ?

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v02-c>



Démontrer les identités remarquables

<http://sesamath.ch/postco/cl/02/v01-c2>



Définition

Factoriser, c'est transformer une somme/une différence algébrique en produit.

Définition

Soient a , b et c trois nombres quelconques. La **mise en évidence** est :

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$

» **Remarque** : La mise en évidence est la "lecture inversée" de la distributivité !

Première méthode pour factoriser : la mise en évidence

Pour développer une expression, on peut utiliser la mise en évidence.

» **Remarque** : Le facteur commun peut avoir plusieurs formes : un nombre en écriture décimale, en écriture fractionnaire, sous forme d'une lettre ; une expression littérale.

Exercices corrigés

Réduis en utilisant la mise en évidence :

$$A = \frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x$$

Factorise : $B = 14a - 7b$

Factorise : $C = -x^2 + 3x$.

Factorise :

$$D = (9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11).$$

Factorise :

$$E = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11).$$

Correction

$$A = \frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{23}{12}x$$

Correction

$$B = 14a - 7b = 7 \cdot 2a - 7 \cdot b = 7 \cdot (2a - b)$$

Correction

$$C = -x^2 + 3x = (-x) \cdot x + 3 \cdot x = x(-x + 3)$$

Correction

$$\begin{aligned} D &= (9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11). \\ &= (9x - 4)(5x + 6) + (9x - 4)(3x + 11) \\ &= (9x - 4)[(5x + 6) + (3x + 11)] \\ &= (9x - 4)[5x + 6 + 3x + 11] \\ &= (9x - 4)(8x + 17) \end{aligned}$$

Correction

$$\begin{aligned} E &= (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11). \\ &= (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11) \\ &= (9x - 4)[(5x + 6) - (3x + 11)] \\ &= (9x - 4)[5x + 6 - 3x - 11] \\ &= (9x - 4)(2x - 5) \end{aligned}$$

Deuxième méthode pour factoriser : les identités remarquables

Pour développer une expression, on peut utiliser les identités remarquables. Celles-ci peuvent en effet être écrites de telle sorte à faire apparaître une transformation de somme ou différence en produit :

$$\text{ID 1 : } a^2 + 2ab + b^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

$$\text{ID 2 : } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

$$\text{ID 3 : } a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

» **Remarque** : Les identités remarquables sont donc à la fois un outil de développement et un outil de factorisation selon le "sens" où on les utilise.

Exercices corrigés

Factorise les expressions suivantes.

• $A = x^2 + 6x + 9$.

• $B = 25x^2 - 20x + 4$

• $C = 64x^2 - 49$.

Correction

• $A = x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2$

• $B = 25x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 2 + 2^2 = (5x - 2)^2$

• $C = 64x^2 - 49 = (8x)^2 - 7^2 = (8x + 7)(8x - 7)$

S'exercer papier-crayon

Exercices pp.20 avec corrigés complets pp.102-103