



Quelques exercices récapitulatifs sur les chapitres 4 à 9

- 1** On considère les fonctions g et h définies par $g(x) = \frac{2x-5}{x-3}$ et $h(x) = 3 + \frac{1}{x-2}$.
- Déterminer toutes les asymptotes de h .
 - Résoudre l'inéquation $h(x) \geq 6$.
 - Représenter graphiquement h et interpréter graphiquement le résultat trouvé en b.
 - Déterminer les plus grands ensembles A et B pour que h soit bijective de A dans B .
 - Déterminer les fonctions composées $h \circ g$ et $g \circ h$ en simplifiant au maximum les réponses.
 - Déterminer la fonction h^{-1} réciproque de h et la représenter graphiquement dans le même repère que h .
- 2** Pour une raison inconnue, Léo et Kate doivent absolument s'envoyer des messages chiffrés. Pour plus de sécurité, ils codent donc leurs messages. x désigne un nombre envoyé ou reçu par Léo et y désigne un nombre envoyé ou reçu par Kate. Ces deux nombres sont reliés par la relation $3x - 2y = 4$.
- Quel est le nombre reçu par Kate si Léo envoie (-8) ?
 - Donner une fonction f qui corresponde à la transformation du nombre x envoyé par Léo en celui reçu par Kate.
 - Donner une fonction g qui corresponde à la transformation du nombre y envoyé par Kate en celui reçu par Léo.
 - Déterminer l'expression algébrique de la fonction $f \circ g$. Si vous n'avez pas trouvé les réponses en b. et c., utilisez les fonctions f et g définies par $f(x) = \frac{2}{3}x + 5$ et $g(x) = \frac{3x-15}{2}$.
 - Quelle est la réciproque de g ? Justifiez votre réponse.
- 3** On considère les fonctions : $f(x) = \frac{4}{3x+1}$ et $g(x) = \frac{-x+4}{3x}$.
- Calculer $(f \circ g)(x)$ et exprimer le résultat sous la forme la plus simple possible.
 - Exprimer la fonction f comme composition des fonctions suivantes :
- $$a(x) = \frac{4}{3x}, b(x) = \frac{1}{x}, c(x) = 3x, d(x) = 4(3x+1), h(x) = x+1, k(x) = 4x$$



4 On considère l'inéquation : $\frac{-2x^2+4}{x^2-2x-3} \geq -4$.

a. Montrer que cette inéquation est équivalente à $\frac{x^2-4x-4}{x^2-2x-3} \geq 0$.

b. Résoudre cette inéquation.

On considère maintenant les fonctions $f(x) = \frac{-2x^2+4}{x^2-2x-3}$ et $g(x) = -4$.

c. Déterminer le domaine de définition Df et les intersections de f avec les axes.

d. Ecrire l'équation de chacune des asymptotes de f .

e. Esquisser les représentations graphiques de f et g sur un même repère.

f. La solution de l'inéquation de **a.** semble-t-elle cohérente avec les représentations graphiques du point **d.** ? Justifier.

5 Donner la valeur exacte de $8^{\frac{1}{6}}$ sans exposant négatif et avec un dénominateur rationnel.

6 Déterminer la valeur exacte des nombres réels a , b , c et d .

a. $\log_2(a) = 16$

c. $\log_c(16) = 2$

b. $\log_{16}(2) = b$

d. $\log_d(16) = \frac{1}{2}$

7 Résoudre en indiquant toutes les étapes les équations suivantes. Donner une réponse exacte et, si nécessaire, une approximation au centième :

a. $5^{x+2} \cdot 25^{-x} = 625$

d. $\log(3-x) + \log(x-3) = x^3 - x^2$

b. $5^x = 100$

e. $4^{x+2} = 7$

c. $\log(x+3) + \log(x+4) = \log(5-x)$ **f.** $\log(1-x) + \log(x+6) = \log(2) + \log(-x^2 - 3x + 9)$

8 Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Pour être évaluées, vos réponses doivent être clairement et brièvement justifiées.

a. Si $a, x, y \in \mathbb{R}$, $a > 0$ et $x < y$, alors $a^x \leq a^y$.

b. $\log((2+\sqrt{3})^{2016}) + \log((2-\sqrt{3})^{2016}) = 0$



9 Une quantité initiale Q_0 diminue exponentiellement de telle sorte qu'elle est divisée par 2 tous les 12 ans.

- Déterminer le pourcentage de diminution de Q_0 après 24 ans, puis 48 ans, puis 120 ans.
- Déterminer de quel pourcentage cette quantité diminue chaque année ?
- Après combien de temps a-t-elle été divisée par 10 ?

10 On place 20 000 insectes dans un espace clos ne contenant aucune substance nutritive. On observe que le nombre d'insectes diminue au taux de 3% par jour.

- Combien d'insectes restera-t-il après 11 jours ?
- Au bout de combien de jours ne restera-t-il que 1'000 insectes ?
- Donner le résultat théorique exact et une approximation à deux chiffres après la virgule.

On place ensuite 10 000 insectes d'une autre espèce et on constate qu'après 10 jours il n'en reste que 4000.

- Calculer le taux de décroissance (en %) de cette population.

11 La forêt de Sausland s'étend exponentiellement. Elle occupe aujourd'hui 72342 m^2 . Il y a 40 ans, elle occupait 24114 m^2 .

a. Déterminer le taux de croissance annuel de la forêt sur les 40 dernières années. Répondre en valeur exacte puis en pourcent arrondi au centième.

b. Quelle surface occupera-t-elle dans 40 ans si elle continue à croître au même taux ? Si vous n'avez pas trouvé la réponse en a), utilisez $T = 3,21\%$. Réponse arrondie au mètre carré.

c. Dans combien de temps sa surface aura-t-elle doublé par rapport à aujourd'hui ? Répondre en valeur exacte puis arrondi à l'année près.

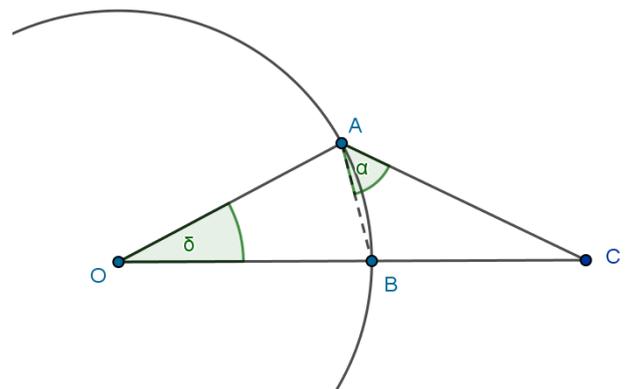
12 $[OA]$ et $[OB]$ sont des rayons du cercle, ΔOAC est un triangle quelconque et les points O , B et C sont alignés.

De plus, $\overline{OA} = 6 \text{ cm}$, $\delta = 28^\circ$ et $\alpha = 40^\circ$.

a. Calculer la longueur du segment $[AB]$. Réponse arrondie au centième.

b. Calculer la valeur de l'angle \widehat{ACB} .

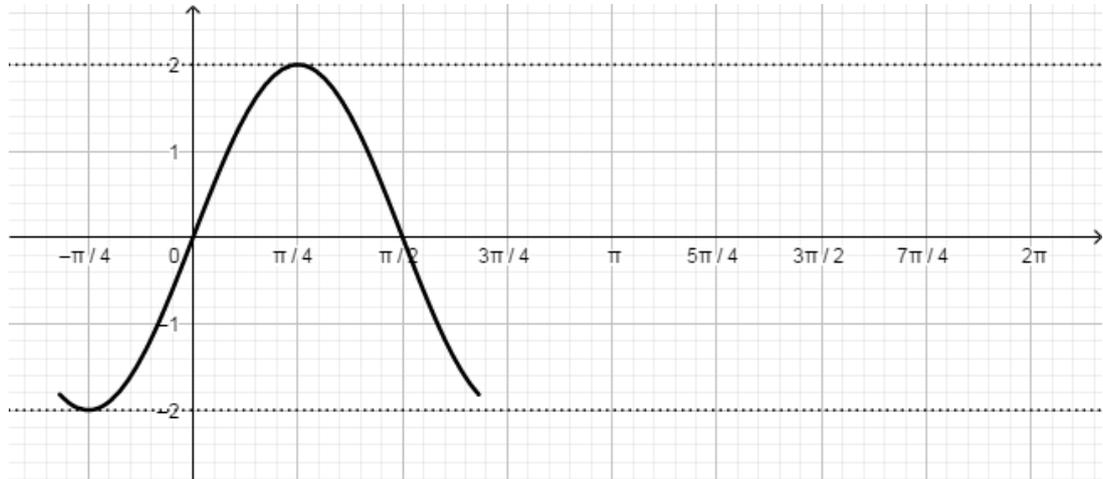
c. Calculer la longueur du segment $[BC]$. Réponse arrondie au centième.





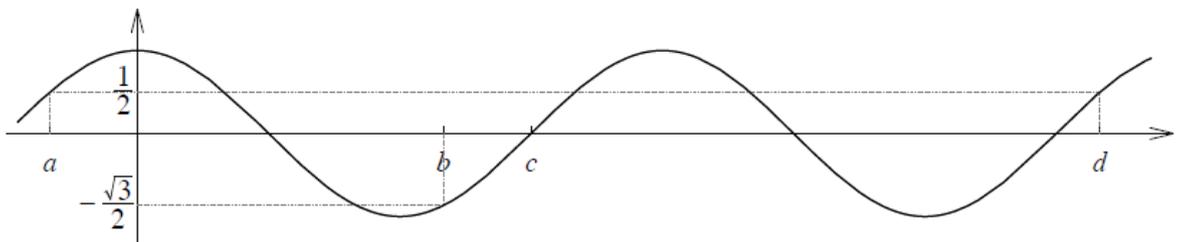
13 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$ puis identifier et représenter les solutions comprises dans $[0; 2\pi[$ sur un cercle trigonométrique.

14 Le graphique ci-dessous représente la fonction f définie par $f(x) = 2 \sin(2x)$:



- Déterminer la période et l'amplitude de la fonction f .
- Compléter la représentation graphique de cette fonction sur l'intervalle $[0; 2\pi]$.
- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 1$.
- Donner les solutions de l'équation précédente qui appartiennent à l'intervalle $[0; 2\pi]$ et les représenter dans le graphique ci-dessus.

15 Voici une partie d'une représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = \cos(x)$.



Déterminer en expliquant les valeurs exactes de a , b , c et d .

16 On considère la fonction f définie par $f(x) = 4 \sin(2x)$.

- Déterminer l'amplitude et la période de f .
- La représenter graphiquement pour $x \in [-\pi; \frac{5\pi}{2}]$.
- Résoudre algébriquement dans \mathbb{R} l'équation $4 \sin(2x) = 2$.