Quelques exercices récapitulatifs sur les chapitres 1 à 5

1 Vrai ou faux ? Justifier.

a. L'écriture $\sqrt{-x}$ n'a jamais de sens.

b. $\sqrt{100}=\pm 10$

c. Si $a, b \in \mathbb{R}_+$, alors $\sqrt{a \cdot b}=\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

d. La somme de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.

e. La somme de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.

f. Le produit de deux nombres rationnels est un nombre rationnel.

g. Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.

2 Réduire en donnant toutes les étapes de calcul et donner une réponse exacte et simplifiée au maximum sans exposants négatifs et sans racines au dénominateur :

a. $2-[4+3(12-5)-(10-5+4-3 \cdot 3)+9-8 \cdot 3]=$

b. $\dfrac{(a^9)^{-4} a^5}{(a^2 a^{-7})^7}$ (où $a \in \mathbb{R}^*$) $=$

c. $\dfrac{32^{-19} \cdot 8^{-40} \cdot (10^{19})^3}{(5^{-14} \cdot 2^{-1} \cdot 4^{20})^{-4}}=$

d. $\dfrac{\sqrt{640}}{\sqrt{1000}}=$

e. $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-2}=$

f. $\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=$

3 Ecrire $0{,}000000089787$ en écriture scientifique.

4 Ecrire $\dfrac{19}{7}$ sous forme décimale.

5 Ecrire $12{,}4\overline{56}$ comme fraction irréductible.

6 Représenter dans un diagramme de Venn les nombres suivants :

$$-23454\,;-\frac{13}{9}\,;2^{2018}\,;123{,}\overline{009}\,;\frac{0}{4}\,;\frac{0}{0}\,;\sqrt{2}\,;2{,}\overline{9}\,;-\sqrt{100}$$

7 Compléter par le symbole adéquat:

a. $\mathbb{Q}$ .... $\mathbb{Z}$

b. $-\sqrt{-8}$ .... $\mathbb{R}$

c. $-3{,}\overline{9}$ .... $\mathbb{Z}$

d. $1{,}\overline{9}$ 2

e. $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}=$.....

f. $\mathbb{Q} \setminus$......$=\mathbb{Q}^*$

8 Compléter le tableau suivant:

A	$\{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$	
B		$]-6;5]$
C	$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \geq x\}$	
D		$]-4;+\infty[$

puis, pour les mêmes ensembles A, B, C et D, déterminer avec la notation adéquate:

a. $A \cup B =$

b. $C \cap D =$

c. $A \setminus B =$

d. $C \setminus D =$

9 Transcrire la phrase suivante en termes mathématiques : « Le quart du carré de la différence d'un entier naturel avec l'unité ».

10 Transcrire en français l'expression suivante pour $x \in \mathbb{R} : \frac{x}{3} + 2 \cdot x$.

11 Les conjectures sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

a. La somme de 3 multiples de 5 consécutifs est un multiple de 15.

b. Le produit de deux impairs consécutifs est un multiple de 3.

c. La somme d'un entier naturel qui se termine par 1 et d'un entier naturel qui se termine par 2 est un entier qui se termine par 3.

12 Si le père Noël a un rhume, alors il ne part pas distribuer les cadeaux.

a. Énoncer la réciproque de cette conjecture.

b. Énoncer la contraposée de cette conjecture.

13 Résoudre les équations suivantes, où x est une variable réelle. Donner les résultats sous forme exacte et arrondie au dixième.

a. $-\frac{1}{3}x - \left(\frac{5}{2} - x\right) = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{6}$

b. $-(5x-8) = (-3) \cdot x + 8 + (-2x)$

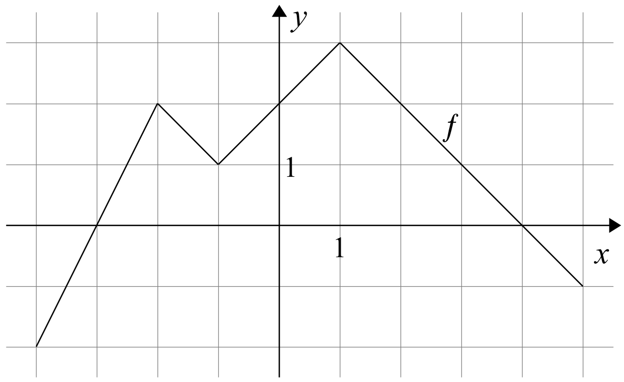
c. $x(x+7) = x^2 - 1$

d. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

e. $\pi x = 1 + x$

f. $4\sqrt{7}x - 0{,}8 = 2\sqrt{7} - 1{,}6x$

14 La courbe ci-dessous est la représentation graphique d’une fonction f définie pour $x \in [-4 ; 5]$:



À l’aide de cette représentation graphique, déterminer :

a. f(–2) =

b. l’ensemble des zéros de f =

c. l'ordonnée à l'origine de f =

d. l’ensemble des préimages de 1 =

e. un nombre qui a quatre préimages par f est ....

f. le tableau de signes de f.

g. l'ensemble des valeurs de *x* pour lesquelles *f* est positive :

h. les valeurs de *x* pour lesquelles f est strictement négative :

i. l'ensemble des valeurs de *x* pour lesquelles $f(x) \geq 2$.

15 Déterminer le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+4}}{3x-7}$.

16 Calculer $a \cdot b$, $a + b$, $a - b$ et $\dfrac{a}{b}$, avec a = 9 • 107 et b = 3,6 • 108.

17 Si la somme de deux nombres vaut 1 et que la somme des carrés de ces deux nombres vaut 2, combien vaut la somme de leurs puissances quatrièmes ?

18 En vendant ensemble deux objets pour 210 chf, on réalise un bénéfice de 5%. Trouver le prix d’achat de chaque objet sachant que l’on a gagné 10% sur l’un et perdu 10% sur l’autre.

19 On veut carreler une pièce carrée avec des carreaux carrés. En disposant 20 ✎ 20 carreaux, il reste une partie non carrelée de 0,81 m^2. Avec 21 ✎ 21 carreaux, on est obligé de couper les carreaux, la chute couvrant une surface de 0,83 m^2.
Trouver les dimensions de la pièce et des carreaux.

20 Soient f et g deux fonctions affines. Une représentation graphique de f contient les points (2;4) et (-4;-1) et la fonction g est définie par $g(x)=3-\frac{5}{4}x$.

a. Donner l'expression algébrique de f.

b. Représenter graphiquement de f et g.

c. Déterminer les zéros de f et g.

d. Calculer les coordonnées du point d'intersection des graphes de f et de g .

21 Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des fonctions affines ou linéaires ?

a. $f_1(x)=1$ **b.** $f_2(x)=-x$ **c.** $f_4(x)=\frac{x}{3}$ **d.** $f_5(x)=\frac{3}{x}$

22 Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes, puis tracer leurs courbes représentatives :

a. $f_1(x)=\frac{2x-3}{4}$ **b.** $f_2(x)=\frac{2-x}{3}$

23 Trouver dans chaque cas la fonction affine ƒ dont la représentation graphique

a. contient le point (3 ; 2) et dont la pente vaut 4;

b. est parallèle à la droite d'équation $y = -x+7$ et contient (-6 ; 8) ;

c. contient par les points (5 ; 6) et (- 9 ; 5) ;

d. est perpendiculaire à la droite d'équation $y = 3x - 4$;

e. est perpendiculaire à la droite d'équation $y = 3x - 4$ et contient par (2 ; 0) ;

f. est de pente $-\frac{1}{2}$ et telle que $f\left(\frac{1}{2}\right)=-2$.

24 Un théâtre propose deux prix de places : plein tarif (15 chf) et tarif adhérent (réduction de 60% sur le plein tarif). Un adhérent doit payer en début de saison une carte d'abonnement qui lui donne droit à la réduction de 60% sur chaque entrée.

a. Quel est le prix d'une entrée au tarif adhérent ?

b. Sachant qu'un adhérent a dépensé au total (y compris le prix de la carte) 62 chf pour 7 entrées, calculez le prix de la carte d'abonnement.

c. Pour un nombre d'entrées x, on note $f(x)$ la dépense totale d'un spectateur qui n'est pas adhérent, et $g(x)$ la dépense totale d'un adhérent. Exprimez $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.

d. À partir de combien d'entrées l'abonnement devient-il avantageux ?

e. Combien d'entrées totalise un adhérent lorsqu'il constate que, sans abonnement, il aurait dépensé 50 % de plus ?