

Equations du deuxième degré – version 1

Quoi ?

Définition

Une **équation du deuxième degré** est une équation polynomiale $p(x)=q(x)$ telle que le degré de $p(x)-q(x)$ est égal à 2. Elle est toujours équivalente à une équation de la forme $ax^2+bx+c=0$, où x est une **variable** réelle et a, b et c sont des **constantes** réelles ($a \neq 0$)

Exemples

$$\left. \begin{array}{l} 2x^2 - 3 = -3x^2 + x - 1 \\ \pi x^2 - 3 \cdot \sqrt{2} + x = 1 \end{array} \right\} \text{ sont des équations du 2e degré}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{x^2 - 1} = 2 \\ \pi x^3 - 3 \cdot \sqrt{2} + x = 1 \end{array} \right\} \text{ ne sont pas des équations du 2e degré}$$

Pourquoi ?

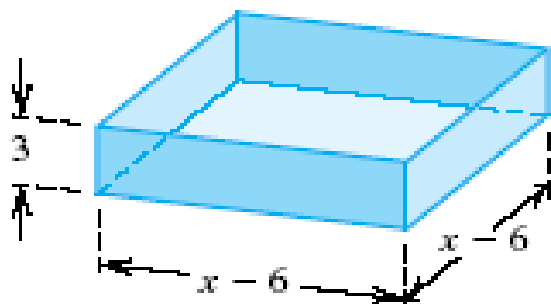
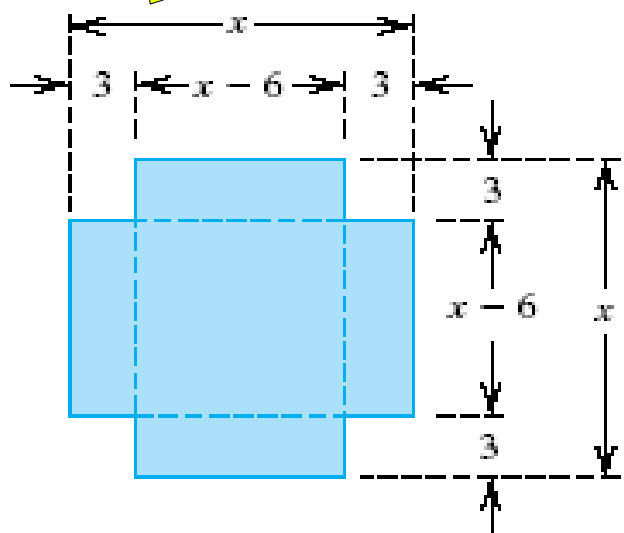
Certains problèmes conduisent à devoir résoudre une telle équation

«On veut faire une boîte ouverte de base carrée à partir d'un morceau de métal carré, en coupant à chaque coin un carré de 3 cm de côté et en pliant les côtés.

De quelle taille doit être le morceau de métal pour que la boîte ait un volume de 48 cm^3 ?»

L'équation est alors : $3(x-6)^2 = 48$

équivalente à : $x^2 - 12x + 18 = 0$



Equations du deuxième degré – version 1

Comment ?

Cas particulier (ou équivalent)

$$x^2 = a \quad (\text{pas de terme en } x)$$

non

oui

Cas général

$$\text{Si } a \geq 0: S = \{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$$

$$\text{Si } a < 0: S = \emptyset$$

1

on écrit l'équation sous la forme

$$ax^2 + bx + c = 0$$

2

On essaye de factoriser ...



On utilise le thm du produit nul pour conclure :

$$y \cdot z = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ ou } z = 0$$

À suivre ...

Exemple

$$\begin{aligned} 3(x-6)^2 = 48 &\Leftrightarrow (x-6)^2 = 16 && [/:3] \\ &\Leftrightarrow (x-6)^2 - 16 = 0 && [-16] \\ &\Leftrightarrow [(x-6)-4][(x-6)+4] = 0 && [\text{id rem } 3] \\ &\Leftrightarrow [x-10][x-2] = 0 && [\text{réduire}] \\ &\Leftrightarrow x-10=0 \text{ ou } x-2=0 && [\text{thm produit nul}] \\ &\Leftrightarrow x=10 \text{ ou } x=2 && [\text{résol. éq d}^\circ 1] \\ &S = \{2; 10\} \end{aligned}$$

Remarque: on aurait aussi pu résoudre comme cas particulier

$$\begin{aligned} 3(x-6)^2 = 48 &\Leftrightarrow (x-6)^2 = 16 && [/:3] \\ &\Leftrightarrow x-6 = \pm 4 && [\text{cas particulier}] \\ &\Leftrightarrow x = 6 \pm 4 && [+6] \\ &\Leftrightarrow x = 6+4 = 10 \text{ ou } x = 6-4 = 2 && [\text{réduire}] \\ &S = \{2; 10\} \end{aligned}$$