

Remédiation degré 12

VI : Calcul littéral - 2 : Factoriser - Corrigés des exercices

Ce document est l'une des ressources d'un **Cours de remédiation « degré 12 »**.

Public cible

Ces cours de remédiation sont conçus pour des élèves qui continuent leurs études après avoir terminé leur scolarité obligatoire (à Genève après le Cycle d'Orientation, vers 15 ans), qui ont identifié des lacunes dans leurs connaissances mathématiques de base et qui souhaitent apporter une remédiation.

Organisation des cours

Chaque cours est en principe constitué de trois parties :

- des modules **vidéos** reviennent sur les notions importantes illustrées par des exemples ;
- des **exercices « papier/crayon »**, accompagnés de leurs **corrigés complets** ;
- un parcours d'**exercices en ligne** qui utilisent la plate-forme Labomep (<http://labomep.net>) mais qui doivent être mis à disposition de l'élève par un professeur.

Mode de travail en autonomie

Ces cours sont conçus pour que la majorité du travail puisse être effectué de façon autonome par les élèves. Ceux-ci peuvent à leur rythme suivre les vidéos, s'exercer « papier-crayon » et s'auto-corriger après coup à l'aide des corrigés détaillés.

Les exercices en ligne permettent de s'exercer d'une autre façon ; les résultats sont disponibles en ligne autant pour l'élève que pour le professeur qui a mis le parcours à sa disposition.

Crédits

Source des exercices papier/crayon + corrigés : Manuel Sesamath.net cycle 4

http://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/?ouvrage=cycle4_2016

Adaptation : Jean-Marie Delley

Accéder aux ressources

<http://sesamath.ch/manuel-matugym-1e/complements/ch06>



Toutes les ressources de ce cours [vidéos, exercices « papier-crayon » avec corrigés et exercices en ligne] sont librement disponibles selon les **licences** suivantes :



<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.fr>

<http://www.gnu.org/licenses/fdl.html>

Contact

Contact : Jean-Marie Delley - jean-marie.delley@arobase.ge.ch

Je m'entraîne

1 Quelles sont les expressions factorisées ?

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| a. $4x^2 + 8x + 4$ | d. $3x + 6$ |
| b. $3(x - 5)$ | e. $4x(x + 2)$ |
| c. $x + (3x + 2)$ | f. $3x - (x - 4)$ |

2 Factorise les expressions.

$$\begin{array}{ll} A = 8x + 12y & D = 15xy + 30xz \\ A = 4(2x + 3y) & D = 15x(y + 2z) \\ B = 49a - 56b & E = 2x^2 + 8x \\ B = 7(7a - 8b) & E = 2x(x + 4) \\ C = 24x + 30y - 18z & F = 25x^2y - 15xy^2 \\ C = 6(4x + 5y - 3z) & F = 5xy(5x - 3y) \end{array}$$

3 Réduis les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{3x}{2} + \frac{x}{4} &= \frac{6x}{4} + \frac{x}{4} = \frac{7x}{4} \\ \frac{5x}{6} + \frac{x-4}{3} &= \frac{5x}{6} + \frac{2x}{6} - \frac{4}{3} = \frac{7x}{6} - \frac{4}{3} \\ 3 + \frac{x-1}{5} &= \frac{x}{5} + \frac{15}{5} - \frac{1}{5} = \frac{x}{5} + \frac{14}{5} \\ -5x - \frac{3x-2}{4} + 3 & \\ &= \frac{-20x-3x+2+12}{4} = \frac{-23x+14}{4} \end{aligned}$$

4 Factorise ces expressions.

$$\begin{array}{ll} A = t^2 + 18t + 81 & D = x^2 + 36 - 12x \\ A = (t + 9)^2 & D = (x - 6)^2 \\ B = 4x^2 - 4xy + y^2 & E = \frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{3}pq + q^2 \\ B = (2x - y)^2 & E = \left(\frac{2}{3}p + q\right)^2 \\ C = 81 + 16y^2 - 72y & F = \pi^2 + 10\pi + 25 \\ C = (9 - 4y)^2 & F = (\pi + 5)^2 \end{array}$$

5 Factorise les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} \text{g. } &(x - 3)(2x + 1) + (x - 3)(5x - 7) \\ &= (x - 3)(7x - 6) \\ \text{h. } &(5x - 6)(11x + 6) + 8(11x + 6) \\ &= (11x + 6)(5x + 2) \\ \text{i. } &(7x^2 - 5)(3x + 9) + (7x - 12)(3x + 9) \\ &= (3x + 9)(7x^2 + 7x - 17) \\ \text{j. } &(8x - 5)(14x + 5) + (14x + 5)^2 \\ &= 22x(14x + 5) \end{aligned}$$

6 Factorise les expressions suivantes

$$\begin{array}{l} \text{a. } (2x - 3)(x + 2) - 5(2x - 3) \\ = (2x - 3)(x - 3) \end{array}$$

b. $(5x + 1)(3x - 5) - (x - 3)(5x + 1)$

$$= (5x + 1)(2x - 2)$$

c. $(3x + 2)(-5x - 7) - (3x + 2)(x + 7)$

$$= (3x + 2)(-6x - 14)$$

d. $(5x - 8)(7x - 3) - (7x - 3)^2$

$$= (7x - 3)(-2x - 5)$$

7 Factorise les expressions suivantes.

$$E = (2x + 1)^2 + (2x + 1)$$

$$E = (2x + 1)(2x + 1 + 1)$$

$$E = (2x + 1)(2x + 2)$$

$$E = 2(2x + 1)(x + 1)$$

$$F = 3(2x - 3)^2 - (2x - 3)$$

$$F = (2x - 3)[3(2x - 3) - 1]$$

$$F = (2x - 3)(6x - 10)$$

$$F = 2(2x - 3)(3x - 5)$$

$$G = (x + 4)(3x + 4) - x - 4$$

$$G = (x + 4)(3x + 4) - (x + 4)$$

$$G = (x + 4)(3x + 4 - 1)$$

$$G = (x + 4)(3x + 3)$$

$$G = 3(x + 4)(x + 1)$$

$$H = (3x + 7)(2x + 1) + (x - 4)(-2x - 1)$$

$$H = (3x + 7)(2x + 1) - (x - 4)(2x + 1)$$

$$H = (2x + 1)[(3x + 7) - (x - 4)]$$

$$H = (2x + 1)(2x + 11)$$

8 Factorise les expressions suivantes :

a. $(2x - 3)(3x + 7) - 2x + 3$

$$= (2x - 3)(3x + 6)$$

b. $(5x - 4)^2 - 5x + 4$

$$= (5x - 4)(5x - 5)$$

c. $(2x + 7)^2 - 2x - 7 + (3x - 1)(2x + 7)$

$$= (2x + 7)[(2x + 7) - 1 + (3x - 1)]$$

$$= (2x + 7)(5x + 5)$$

d. $(5x + 2)(2x + 1) + (-2x - 1)^2$

$$= (5x + 2)(2x + 1) + (2x + 1)^2$$

$$= (2x + 1)[(5x + 2) + (2x + 1)]$$

$$= (2x + 1)(7x + 3)$$

9 Développe et réduis les expressions :

$$A = 3x - 5 + 5(2x - 2)$$

$$A = 13x - 15$$

$$B = 4y - 6(3 - 2y) + 4(y - 1)$$

$$B = 20y - 22$$

$$C = 5t^2 + 3(2t - 3) - 2t(t - 5)$$

$$C = 3t^2 + 16t - 9$$

10 Développe et réduis les expressions :

$$A = 11 + 2(x - 6) + 4(-3x - 6)$$

$$A = -10x - 25$$

$$B = -2(x - 5) - 3(7 - 4x)$$

$$B = 10x - 11$$

$$C = 8 + 2y - 5(2y - 6) + 4$$

$$C = -8y + 42$$

$$D = -7y - 4(3y - 6) + 3 + 2(3y - 7)$$

$$D = -13y + 13$$

$$E = -5z + 5z(z - 3) - 7(6 - 8z)$$

$$E = 5z^2 + 36z - 42$$

11 Développe et réduis les expressions :

$$A = 3\left(\frac{1}{4} + x\right) - \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{3}{4}(x - 5) + \frac{1}{2}$$

$$A = 3x + \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{3}{4}x - \frac{13}{4}$$

$$B = \frac{2}{3}x + 5\left(x - \frac{1}{6}\right)$$

$$D = 2 + 3\left(\frac{1}{5}x - \frac{1}{3}\right)$$

$$B = \frac{17}{3}x - \frac{5}{6}$$

$$D = 1 + \frac{3}{5}x$$

12 Développe puis réduis les expressions.

$$A = x(x + 6) - x$$

$$C = 3x(x + 4) - 6x^2$$

$$A = x^2 + 6x - x$$

$$C = 3x^2 + 12x - 6x^2 C =$$

$$A = x^2 + 5x$$

$$-3x^2 + 12x$$

$$B = x(y - 2) + xy$$

$$D = 9x(x^2 - 6) + 2x^2$$

$$B = xy - 2x + xy$$

$$D = 9x^3 - 54x + 2x^2 D =$$

$$B = 2xy - 2x$$

$$9x^3 + 2x^2 - 54x$$

$$E = 5x(3 + 5x) + x(5 + x) + 4x(2x + 1)$$

$$E = 15x + 25x^2 + 5x + x^2 + 8x^2 + 4x$$

$$E = 34x^2 + 24x$$

13 Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 3(2x - 6) - (3 - 5x)$$

$$A = 6x - 18 - 3 + 5x = 11x - 21$$

$$B = (5 - 2y) - (-3y + 7)$$

$$B = 5 - 2y + 3y - 7 = y - 2$$

$$C = 4(6 + z) + (z - 3)(2 - z)$$

$$C = 24 + 4z + 2z - z^2 - 6 + 3z$$

$$= -z^2 + 9z + 18$$

$$D = (2t - 5)(3t + 2) - (t^2 + 6)$$

$$D = 6t^2 + 4t - 15t - 10 - t^2 - 6$$

$$= 5t^2 - 11t - 16$$

14 Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 3(-2x + 5) + (-2x + 5)(x - 3)$$

$$A = -6x + 15 - 2x^2 + 6x + 5x - 15$$

$$A = -2x^2 + 5x$$

$$B = (2a - 5)(3 - 4a) - 2(5 - a)$$

$$B = 6a - 8a^2 - 15 + 20a - 10 + 2a$$

$$B = -8a^2 + 28a - 25$$

$$C = -(3 - 4z)(z - 2)$$

$$C = -(3z - 6 - 4z^2 + 8z)$$

$$C = -3z + 6 + 4z^2 - 8z$$

$$C = 4z^2 - 11z + 6$$

$$D = -5r(2 - 3r) + (-r - 2)(2r + 5)$$

$$D = -10r + 15r^2 - 2r^2 - 5r - 4r - 10$$

$$D = 13r^2 - 19r - 10$$

15 Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = (2x + 5)(-3x - 1) - 5(2 - x)$$

$$A = -6x^2 - 2x - 15x - 5 - 10 + 5x$$

$$A = -6x^2 - 12x - 15$$

$$B = 2(-3x + 5) + (-3x + 7)(2x - 9)$$

$$B = -6x + 10 - 6x^2 + 27x + 14x - 63$$

$$B = -6x^2 + 35x - 53$$

$$C = 2t(3 - 4t) - (5 - a) + (9t + 2)(3t - 3)$$

$$C = 6t - 8t^2 - 5 + a + 27t^2 - 27t + 6t - 6$$

$$C = 19t^2 - 15t + a - 11$$

$$D = -(5 - 2z)(z - 8)$$

$$D = -(5z - 40 - 2z^2 + 16z)$$

$$D = 2z^2 - 21z + 40$$

$$E = -2s(2 - s) + (-s - 2)(s + 5)$$

$$E = -4s + 2s^2 - s^2 - 5s - 2s - 10$$

$$E = s^2 - 11s - 10$$

$$F = (5x + 8)(-3x - 7) + (9x - 4)(-10 + 2x)$$

$$F = -15x^2 - 35x - 24x - 56 + -90x + 18x^2 + 40 - 8x$$

$$F = 3x^2 - 157x - 16$$

$$G = (3x - 5)(-2x + 1) - (5x - 1)(3 - 4x)$$

$$G = -6x^2 + 3x + 10x - 5 - (-20x^2 + 15x - 3 + 4x)$$

$$G = -6x^2 + 13x - 5 + 20x^2 - 15x + 3 - 4x$$

$$G = 14x^2 - 6x - 2$$

Je m'entraîne

$$H = -5(6x - 4)(7x + 2) + 9x(8 - x)(5x + 4)$$

$$H = -5(42x^2 + 12x - 28x - 8) + 9x(40x + 32 - 5x^2 - 4x)$$

$$H = -5(42x^2 - 16x - 8) + 9x(36x + 32 - 5x^2)$$

$$H = -210x^2 + 80x + 40 + 324x^2 + 288x - 45x^3$$

$$H = -45x^3 + 114x^2 + 368x + 40$$

$$I = -8(x + 9y) - 5(3y + 5)(6 - x) + 8(3x - 5y)$$

$$I = -8x - 72y - 5(18y - 3yx + 30 - 5x) + 24x - 40y$$

$$I = -8x - 72y - 90y + 15yx - 150 + 25x + 24x - 40y$$

16 Développe puis réduis ces expressions.

$$A = (9x - 7)^2$$

$$A = 81x^2 - 126x + 49$$

$$B = (x + 9)(11 - 5x)$$

$$B = 11x - 5x^2 + 99 - 45x$$

$$B = -5x^2 - 34x + 99$$

$$C = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$C = 4x^2 - 9$$

$$D = (11 + 8x)^2$$

$$D = 121 + 176x + 64x^2$$

$$E = (x + 1)^2 + 7x(2 - x)$$

$$E = x^2 + 2x + 1 + 14x - 7x^2$$

$$E = -6x^2 + 16x + 1$$

$$F = (x + 3)(2x - 1) - 3x(2x + 5)$$

$$F = 2x^2 - x + 6x - 3 - 6x^2 - 15x$$

$$F = -4x^2 - 10x - 3$$

$$G = (4t + 1)(4t - 1) - (3t + 2)^2$$

$$G = 16t^2 - 1 - (9t^2 + 12t + 4)$$

$$G = 16t^2 - 1 - 9t^2 - 12t - 4$$

$$G = 7t^2 - 12t - 5$$

$$H = 2(s + 5)(s - 5) + (4s + 3)^2$$

$$H = 2(s^2 - 25) + 16s^2 + 24s + 9$$

$$H = 2s^2 - 50 + 16s^2 + 24s + 9$$

$$H = 18s^2 + 24s - 41$$

$$I = (3x + 4)^2 - (1 - 2x)(6 + x)$$

$$I = 9x^2 + 24x + 16 - (6 + x - 12x - 2x^2)$$

$$I = 9x^2 + 24x + 16 - 6 - x + 12x + 2x^2$$

$$I = 11x^2 + 35x + 10$$

17 Développe puis réduis ces expressions.

$$\text{a. } \left(n - \frac{1}{6}\right)^2$$

$$= n^2 - \frac{1}{3}n + \frac{1}{36}$$

$$\text{b. } \left(t + \frac{1}{4}\right)^2$$

$$= t^2 + \frac{t}{2} + \frac{1}{16}$$

$$\text{c. } \left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right)$$

$$= y^2 - \frac{4}{25}$$

$$\text{d. } \left(4x - \frac{3}{8}\right)^2$$

$$= 16x^2 - 3x + \frac{9}{64}$$

$$\text{e. } \left(3x + \frac{7}{2}\right)^2$$

$$= 9x^2 + 21x + \frac{49}{4}$$

$$\text{f. } \left(\frac{2}{3}w + 5\right)\left(5 - \frac{2}{3}w\right)$$

$$= 25 - \frac{4}{9}w^2$$

18 Recopie et complète les expressions.

$$\text{a. } (x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$\text{b. } (y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$$

$$\text{c. } (k + 6)(k - 6) = k^2 - 36$$

$$\text{d. } (3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$$

$$\text{e. } (1 - 7x)(1 + 7x) = 1 - 49x^2$$

$$\text{f. } (3x - 8)^2 = 9x^2 - 48x + 64$$

$$\text{g. } (10y + 3)(10y - 3) = 100y^2 - 9$$

19 Factorise ces expressions.

$$A = t^2 + 81 + 18t$$

$$A = (t + 9)^2$$

$$B = 4x^2 - 4xy + y^2$$

$$B = (2x - y)^2$$

$$D = x^2 + 36 - 12x$$

$$D = (x - 6)^2$$

$$E = \frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{3}pq + q^2$$

$$E = \left(\frac{2}{3}p + q\right)^2$$

$$F = \pi^2 + 10\pi + 25$$

$$F = (\pi + 5)^2$$

$$C = 81 + 16y^2 - 72y$$

$$C = (9 - 4y)^2$$

20 Factorise ces expressions.

$$A = x^2 - 16$$

$$A = (x - 4)(x + 4)$$

$$B = 1 - y^2$$

$$B = (1 - y)(1 + y)$$

$$F = (t + 3)^2 - 16$$

$$F = [(t + 3) - 4][(t + 3) + 4]$$

$$F = (t - 1)(t + 7)$$

$$G = (2x + 1)^2 - 25$$

$$G = [(2x + 1) - 5][(2x + 1) + 5]$$

$$G = (2x - 4)(2x + 6)$$

$$C = 100x^2 - 9$$

$$C = (10x - 3)(10x + 3)$$

$$D = 36 - 81z^2$$

$$D = (6 - 9z)(6 + 9z)$$

$$H = (3i + 7)^2 - (i + 5)^2$$

$$H = [(3i + 7) - (i + 5)][(3i + 7) + (i + 5)]$$

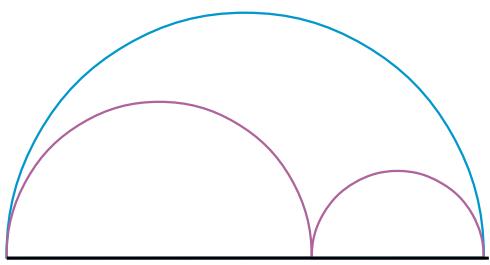
$$H = (2i + 2)(4i + 12)$$

$$E = 4\pi^2 - 25$$

$$E = (2\pi - 5)(2\pi + 5)$$

21 Demi-cercles

Sur le schéma ci-dessous, le demi-cercle bleu a pour rayon R et les deux demi-cercles violet ont pour rayons R_1 et R_2 tels que $R = R_1 + R_2$.



- a. Exprime la longueur de l'arc bleu en fonction de R .

L'arc bleu est un demi-cercle de rayon R .

Le périmètre d'un cercle de rayon R est $2\pi R$,

Donc la longueur de l'arc bleu est πR

- b. Exprime la longueur des arcs violet en fonction de R_1 et R_2 .

Le premier arc rose de rayon R_1 est un demi-cercle donc sa longueur est πR_1 .

Le second arc rose de rayon R_2 est un demi-cercle donc sa longueur est πR_2 .

La longueur des deux arcs roses est donc $\pi R_1 + \pi R_2$.

- c. Montre par un calcul littéral que ces deux longueurs sont égales.

La longueur des arcs roses est :

$$\pi R_1 + \pi R_2 = \pi(R_1 + R_2) = \pi R$$

car $R_1 + R_2 = R$

Ces deux longueurs sont donc égales.