

# Equations à une inconnue

## Définition

Une **équation à une inconnue** est une égalité entre deux expressions algébriques, appelées membre de gauche et membre de droite de l'équation, contenant une variable qu'on note le plus souvent  $x$  mais qui peut être représentée par n'importe quelle autre lettre.

$$\left. \begin{array}{l} 2\sqrt{x}-3=-3(x+1) \\ x^2=x-3x^3-1 \\ \frac{1}{x-1}=2 \end{array} \right\} \text{ sont des équations à une inconnue}$$

Une **solution** de l'équation est un nombre qui, lorsqu'on l'attribue à la variable  $x$ , transforme l'équation en une égalité vraie.

0 est une solution de  $2\sqrt{x}-3=-3(x+1)$  car  $2\sqrt{0}-3=-3(0+1)$

1 n'est pas une solution de  $2\sqrt{x}-3=-3(x+1)$  car  $2\sqrt{1}-3 \neq -3(1+1)$

**Résoudre une équation à une inconnue**, c'est déterminer toutes les solutions de cette équation. L'**ensemble des solutions** d'une équation, noté  $S$ , est l'ensemble qui contient exactement toutes les solutions de cette équation.

Deux équations sont **équivalentes** si et seulement si elles sont le même ensemble de solution.

## Méthode pour résoudre une équation du premier degré

Pour résoudre une équation à une inconnue, on utilise les **principes d'équivalence**.

### Principes d'équivalence

1 : Si on additionne ou on soustrait aux deux membres d'une équation un même nombre, on obtient une nouvelle équation équivalente.

2 : Si on multiplie ou on divise les deux membres d'une équation par un même nombre non nul, on obtient une nouvelle équation équivalente.

# Equations du 1er degré à 1 inconnue

Quoi ?

## Définition

Une **équation du 1er degré** (ou **équation de degré 1**) [à une **inconnue**] est une équation **équivalente** à une équation de la forme  $ax + b = 0$ , où  $a$  et  $b$  sont des **constantes** réelles ( $a$  non nulle) et  $x$  une **variable** réelle.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3 = -3x - 1 \\ 3\sqrt{2}x - 8 = \pi \end{array} \right\} \text{ sont des équations du 1er degré}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{x-1} = 2 \\ x^2 - 3x = 1 \\ 3\sqrt{2}x - 8 = \pi \end{array} \right\} \text{ ne sont pas des équations du 1er degré}$$

Pourquoi ?

Certains problèmes conduisent à devoir résoudre une telle équation.

«Un magasin de vêtements faisant les soldes annonce que tous les prix ont été baissés de 20%. Si le prix d'une chemise soldée est 28.- quel était son prix de vente ?»

L'équation est alors :  $x - 0,2 \cdot x = 28$

## Résoudre une équation du premier degré

Méthode

$$\begin{aligned} ax + b &= 0 \\ \Leftrightarrow ax &= -b \quad \swarrow -b \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-b}{a} \quad \swarrow :a \end{aligned}$$

Exemple

$$\begin{aligned} 2x - 4 &= 7x + 5 \\ \Leftrightarrow -5x &= 9 && \swarrow -7x + 4 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{9}{5} && \swarrow :(-5) \\ S &= \left\{ -\frac{9}{5} \right\} \end{aligned}$$

## Cas particuliers

Exemples

$$\begin{aligned} \text{Ex} \quad 2x - 3 &= 2(x - 2) + 1 && \swarrow \text{réduire} \\ \Leftrightarrow 2x - 3 &= 2x - 3 && \swarrow -2x + 3 \\ \Leftrightarrow 0 &= 0 \\ S &= \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ex} \quad 2x - 4 &= 2x + 5 && \swarrow -7x + 4 \\ \Leftrightarrow 0x &= 9 && \swarrow :(-5) \\ \Leftrightarrow 0 &= 9 \\ S &= \emptyset \end{aligned}$$