Remédiation degré 12

V : Degrés 0 et 1 - 2 : Fonctions de degrés 0 et 1 - Corrigés

Ce document est l'une des ressources d'un **Cours de remédiation « degré 12 ».**

Public cible

Ces cours de remédiation sont conçus pour des élèves qui continuent leurs études après avoir terminé leur scolarité obligatoire (à Genève après le Cycle d'Orientation, vers 15 ans), qui ont identifié des lacunes dans leurs connaissances mathématiques de base et qui souhaitent apporter une remédiation.

Organisation des cours

Chaque cours est en principe constitué de trois parties :

- ☐ des modules **vidéos** reviennent sur les notions importantes illustrées par des exemples ;
- ☐ des **exercices « papier/crayon »**, accompagnés de leurs **corrigés complets** ;
- ☐ un parcours d'**exercices en ligne** qui utilisent la plate-forme Labomep (http://labomep.net) mais qui doivent être mis à disposition de l'élève par un professeur.

Mode de travail en autonomie

Ces cours sont conçus pour que la majorité du travail puisse être effectué de façon autonome par les élèves. Ceux-ci peuvent à leur rythme suivre les vidéos, s'exercer « papier-crayon » et s'auto-corriger après coup à l'aide des corrigés détaillés.
Les exercices en ligne permettent de s'exercer d'une autre façon ; les résultats sont disponibles en ligne autant pour l'élève que pour le professeur qui a mis le parcours à sa disposition.

Crédits

Source des exercices papier/crayon + corrigés : Manuel Sesamath.net cycle 4
http://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/?ouvrage=cycle4_2016

Adaptation : Jean-Marie Delley

Accéder aux ressources

http://sesamath.ch/manuel-matugym-1e/complements/ch05

Contact

Contact : Jean-Marie Delley – jean-marie.delley arobase edu.ge.ch

Corrigés des exercices

1 Parmi les fonctions f, g, h et m définies ci-dessous, indique celles qui sont linéaires.

a. $f(x) = 2x$ **c.** $g(x) = x^2$

b. $h(x) = 3x - 4$ **d.** $m(x) = (5 - 2x) - 5$

f est une fonction linéaire de coefficient 2.

m(x) = − 2x, donc m est une fonction linéaire de coefficient − 2.

2 Parmi les fonctions n, p, k et d définies ci-dessous, indique celles qui sont affines.

a. $n(x) = 5x$ **c.** $p(x) = \frac{1}{x}$

b. $k(x) = 2x + 7$ **d.** $d(x) = (4x - 7) - 4x$

d(x) = − 7

n,k et d sont des fonctions affines :

n avec a = 5 et b = 0 ; d avec a = 0 et b = − 7.

k avec a = 2 et b = 7.

3 Parmi les fonctions t, u, w et z définies ci-dessous, indique celles qui sont affines (en précisant celles qui sont linéaires) et celles qui ne sont ni linéaires ni affines.

a. $t(x) = -x$ **c.** $w(x) = (x + 9)^2 - x^2$

b. $u(x) = \frac{1}{2x+3}$ **d.** $z(x) = (3x - 1)^2 - 3x^2$

t est une fonction linéaire donc affine.

u n'est pas une fonction affine car on doit diviser par 2x ó 3.

w(x) = x2 ó 18x ó 81 − x2 = 18x ó 81 donc

w est une fonction affine avec a = 18 et b = 81

z(x) = 9x2 − 6x ó 1 − 3x = 9x2 − 9x ó 1

z n'est pas une fonction affine car on doit élever x au carré.

4 Un rectangle a pour longueur 7 cm et pour largeur x cm.

a. Exprime le périmètre $p(x)$, en cm, et l'aire $a(x)$, en cm², de ce rectangle en fonction de x.

$p(x) = 2x + 14$ et $a(x) = 7x$

b. Les fonctions p et a sont-elles linéaires ? Sont-elles affines ?

Seule a est une fonction linéaire.

a et p sont des fonctions affines.

5 Le côté d'un carré mesure x cm.

a. Exprime le périmètre $p(x)$, en cm, et l'aire $a(x)$, en cm², de ce carré en fonction de x.

$p(x) = 4x$ et $a(x) = x^2$

b. Les fonctions p et a sont-elles linéaires ? Sont-elles affines ?

p est une fonction linéaire et affine.

a n'est ni linéaire ni affine.

6 La fonction f est une fonction linéaire telle que f (4) = 5. Détermine la fonction f.

Une fonction linéaire est de la forme $f(x) = ax$. Il faut donc résoudre une équation

$a \times 4 = 5$ d'où $a = 1{,}25$.

$f(x) = 1{,}25x$

7 La fonction m est une fonction linéaire telle que m(0) = 0. Peux-tu déterminer la fonction m ?

Non car 0 à pour image 0 par toutes les fonctions linéaires.

8 La fonction h est une fonction linéaire telle que $h\left(\frac{6}{7}\right) = \frac{3}{14}$. . Détermine la fonction h.

La fonction h étant linéaire est de la forme $h(x) = ax$

D'où on doit résoudre l'équation :

$\frac{6}{7} \times a = \frac{3}{14}$ d'où $a = \frac{3}{14} \times \frac{7}{6}$

$a = \frac{1}{4}$ Donc $h(x) = 0{,}25\,x$

9 La fonction h est une fonction affine telle que h(2) = −1 et h(−1) = 5.
Détermine l'image de 7 et l'antécédent du nombre −7, par la fonction h.

La fonction h est affine donc $h(x) = ax + b$ où a et b sont à déterminer.

a est le coefficient de proportionnalité entre les accroissements de $h(x)$ et de x donc, pour tout point x_1 et x_2 distincts , $a = \frac{h(x_1) - h(x_2)}{x_1 - x_2}$

Donc,ici, $a = \frac{h(2) - h(-1)}{2 - (-1)} = \frac{-1-5}{2+1}$

$a = \frac{-6}{3}$ d'où $a = -2$

On obtient b en utilisant $h(2) = -1$

$-2 \times 2 + b = -1$ d'où $b = 3$

Conclusion $h(x) = -2x + 3$

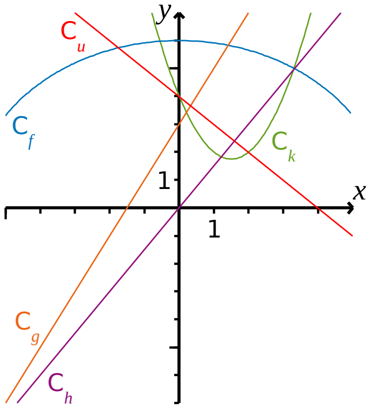
L'image de 7 est obtenu en calculant $h(7)$

$h(7) = -2 \times 7 + 3 = -11$

L'antécédent de (− 7) est obtenu en résolvant l'équation :

$-2 \times x + 3 = -7$ d'où $x = \frac{-10}{-2} = 5$

10 Sur le graphique ci-dessous, des fonctions f, g, h, k et u ont été représentées.



Parmi ces fonctions, indique celles qui sont affines. (Tu préciseras celles qui sont linéaires.)

g,*u* et *h* sont des fonctions affines. *h* est une fonction linéaire.

11 La fonction linéaire h est définie par $h(x) = -1{,}5x$.

a. Quelle est la nature de la représentation graphique de cette fonction ?

C'est une droite passant par l'origine.

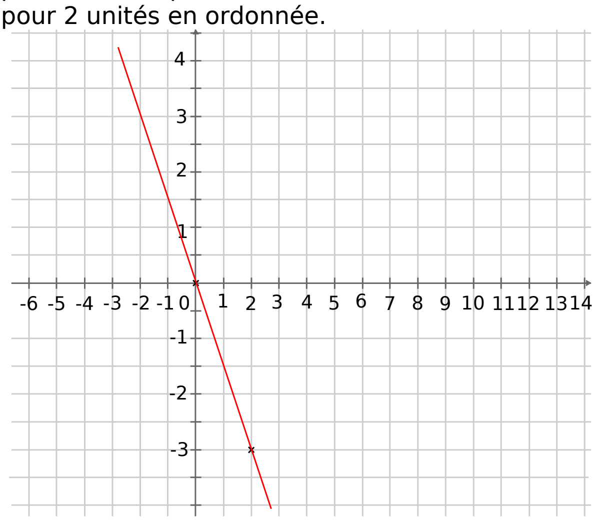
b. Combien de points sont nécessaires pour construire la représentation graphique de cette fonction ?

Un seul point autre que l'origine.

c. Détermine les coordonnées de suffisamment de points avec des abscisses comprises entre − 4 et 4.

(2) = − 3 donc le point de coordonnées (2 ; − 3) suffit pour construire cette représentation graphique.

d. Construis la représentation graphique en prenant 1 cm pour 1 unité en abscisse et 1 cm pour 2 unités en ordonnée.



12 La fonction affine *m* est définie par $m(x) = 3x - 5$.

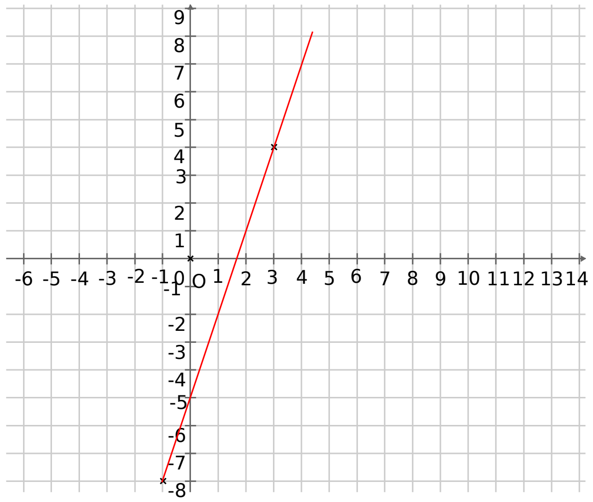
Reprends les questions de l'exercice 40 pour tracer sa représentation graphique.

Quelle est la nature de la représentation graphique de cette fonction ?
C'est une droite.

Combien de points sont nécessaires pour construire la représentation graphique de cette fonction ?
Deux points sont nécessaires pour tracer une droite.

Détermine les coordonnées de suffisamment de points avec des abscisses comprises entre − 3 et 3.
$m(-1) = -8$ et $m(3) = 4$. Donc les points de coordonnées (− 2;− 11) et (3;4) permettront de construire cette représentation graphique.

Construis la représentation graphique en prenant 1 cm pour 1 unité en abscisse et en ordonnée.

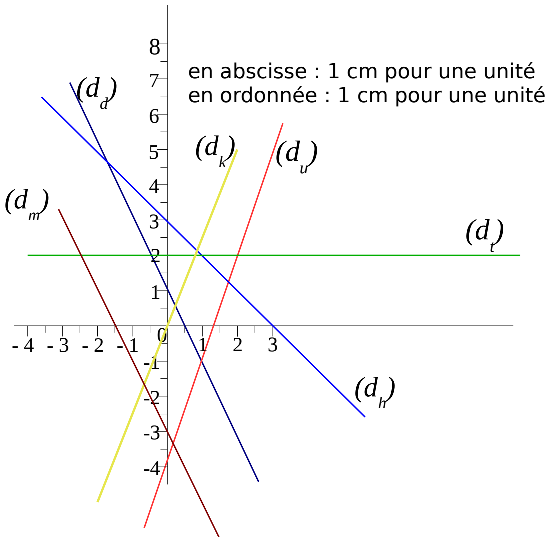


13 Représente les fonctions définies ci-dessous dans un même repère orthogonal avec des couleurs différentes.

- $d : x \longmapsto -2x + 1$
- $u : x \longmapsto 3x - 4$
- $h : x \longmapsto -x + 3$
- $t : x \longmapsto 2$
- $k : x \longmapsto 2{,}5x$
- $m : x \longmapsto -2x - 3$

Pour tracer les droites il faut choisir 2 points
Pour *d* : A(2;− 3) et B(0;1)
Pour *u* : C(0;− 4) et D(2;2)
Pour *h* : E(0;3) et F(3;0)
Pour *t* : D(2;2) et G(5;2)
Pour *k* : O(0;0) et H(2;5)
Pour *m* : I(0;− 3) et J(− 2;1)

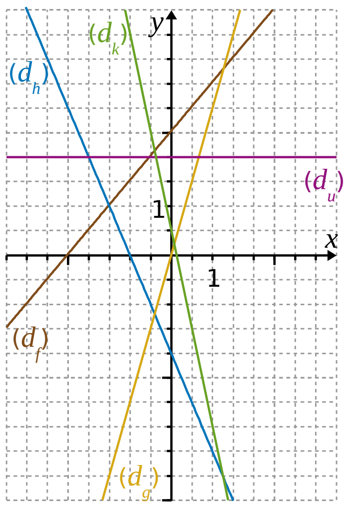
Corrigés des exercices



Que peux-tu dire des représentations graphiques des fonctions d et m ?
Elles sont parallèles.

À ton avis, pourquoi ?
Elles représentent des fonctions qui ont le même coefficient.

14 Sur le graphique ci-dessous, des fonctions f, g, h, k et u ont été représentées. Détermine chacune des cinq fonctions.



Pour f la droite coupe l'axe des ordonnées en 2,5 donc $b = 2{,}5$ de plus pour un accroissement des x de 1 on a un accroissement de $f(x)$ de 1
donc $a = 1$ $f(x) = x + 2{,}5$

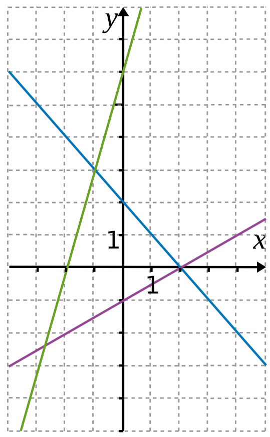
g est une fonction linéaire et pour un accroissement des x de 1 on a un accroissement de $g(x)$ de 3 donc $a = 3$
$g(x) = 3x$.

Pour h la droite coupe l'axe des ordonnées en -2 donc $b = -2$ de plus pour un accroissement des x de 1 on a un accroissement de $h(x)$ de -2 donc $a = -2$ $h(x) = -2x - 2$

Pour k la droite coupe l'axe des ordonnées en 0,5 donc $b = 0{,}5$ de plus pour un accroissement des x de 1 on a un accroissement de $k(x)$ de -4 donc $a = -4$
$k(x) = -4x + 0{,}5$

u est une fonction constante : $u(x) = 2$

15 Avec le graphique ci-dessous :



a. Identifie les droites (d_f), (d_g) et (d_h) qui représentent les fonctions f, g et h définies par :

$f(x) = 3x + 6$;

$g(x) = 0{,}5x - 1$;

$h(x) = -x + 2$.

(d_f) coupe l'axe des ordonnées en 6. c'est donc la droite verte.
(d_g) coupe l'axe des ordonnées en -1. c'est donc la droite rouge.
Et enfin (d_h) la droite bleue qui coupe bien l'axe des ordonnées en 2

b. Détermine les coordonnées du point d'intersection des droites (d_g) et (d_h) par le calcul.
Si x est l'abscisse du point d'intersection, on doit avoir $g(x) = h(x)$.
C'est à dire $0{,}5x - 1 = -x + 2$
donc $1{,}5x = 3$ soit $x = 2$.
On a $h(2) = -2 + 2 = 0$ Donc le point d'intersection des droites (d_g) et (d_h) apour coordonnées (2;0)

c. Détermine celles du point d'intersection des droites (d_f) et (d_h) également par le calcul.
Si x est l'abscisse du point d'intersection, on doit avoir $f(x) = h(x)$.
C'est à dire $3x + 6 = -x + 2$
donc $4x = -4$ soit $x = -1$.
On a $h(-1) = 1 + 2 = 3$ Donc le point d'intersection des droites (d_f) et (d_h) a pour coordonnées $(-1;3)$

d. Déduis-en, sans aucun calcul, les solutions de l'équation et de l'inéquation ci-dessous.
$-x + 2 = 3x + 6$ $0{,}5x - 1 < -x + 2$
Justifie ta réponse.

L'équation a été résolue au b). Elle correspond à l'abscisse du point d'intersection des droites (d_f) et (d_h). $x = -1$.
Pour l'inéquation l'ordonnée d'un point de (d_g) doit être plus petite que celle correspondante à (d_h)
C'est la partie de (d_g) au dessous de (d_h) : $x < 2$.

17 Collées sur une vitrine, de grandes affiches annoncent une réduction de 30 % sur toute la boutique.

a. Une jupe à 80 € est soldée. Quel est son nouveau prix ? Détaille tes calculs.

Nouveau prix : $80 \times (1 - 0{,}30)$
$= 80 \times 0{,}70$
$= 56$ €

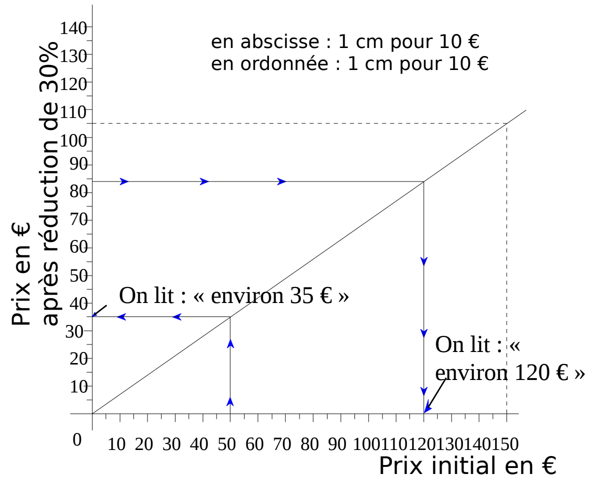
b. Un article coûtant x € est soldé. Exprime $p(x)$, son nouveau prix, en fonction de x.

$p(x) = x \times 0{,}70$ où $p(x) = 0{,}7x$

c. Cette fonction p est-elle linéaire ou affine ?

C'est une fonction linéaire.

d. Représente cette fonction pour les valeurs de x comprises entre 0 € et 150 €, sur une feuille de papier millimétré. Tu placeras l'origine du repère orthogonal dans le coin inférieur gauche. Tu prendras 1 cm pour 10 € en abscisse et en ordonnée.



e. Lis sur le graphique le prix soldé d'un pull qui coûtait 50 €.

Il sera soldé environ 35 €.

f. Lis sur le graphique le prix avant démarque d'un pantalon soldé à 84 €.

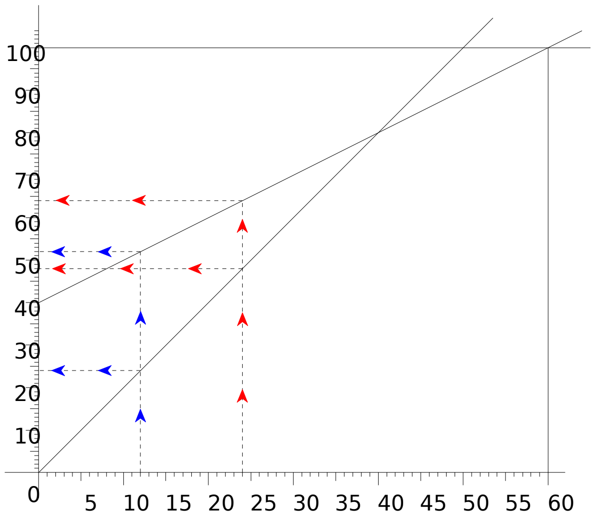
Le pantalon coûtait environ 120 €.

1

18 On appelle x le nombre de fois où Brahim ira à la piscine. Exprime, en fonction de x, $t_1(x)$ le prix qu'il paiera avec le tarif 1 ; $t_2(x)$ le prix qu'il paiera avec le tarif 2 et $t_3(x)$ le prix qu'il paiera avec le tarif 3.

$t_1(x) = 100$
$t_2(x) = 40 + 1 \times x = x + 40$
$t_3(x) = 2 \times x = 2x$

a. Représente ces trois fonctions dans un même repère orthogonal (On prendra 1 cm = 10 entrées en abscisse et 1 cm = 10 € en ordonnée).



b. Combien d'entrées Brahim devra-t-il payer s'il va à la piscine une fois par semaine ?

Il devra payer 52 entrées

Et s'il y va deux fois par semaine ?

Il devra payer 104 entrées

c. Par lecture graphique, détermine le tarif le plus intéressant pour Brahim dans ces deux cas.

Pour 52 entrées c'est le tarif t_2. (92€)

Pour 104 entrées c'est le tarif t_1. (100€)

d. À partir de combien d'entrées Brahim aura-t-il intérêt à prendre un abonnement au tarif 1 ?

A partir de 60 entrées.

19 Un magasin augmente tous ses prix de 8 %.

a. Calcule le prix après augmentation d'un article qui coûtait initialement 28,25 €.

L'augmentation de 8 % correspond à $\frac{8}{100} \times 28{,}25$. Donc au total, le prix après augmentation sera de $28{,}25 + \frac{8}{100} \times 28{,}25 = 30{,}51$.

Un autre article coûte après augmentation 52,38 €. Quel était son prix initial ?

Soit x le prix de départ. L'augmentation de 8 % correspond à $\frac{8}{100} \times x = 0{,}08x$.

Donc au total, le prix après augmentation sera de $x + \frac{8}{100} x = 1{,}08x$. Donc, on cherche la valeur de x telle que : $1{,}08x = 52{,}38$, soit encore : $x = \frac{52{,}38}{1{,}08}$, d'où : $x = 48{,}5$ €.

b. Si p_1 € représente le prix d'un article avant cette augmentation et p_2 € son prix augmenté, détermine la fonction qui, au nombre p_1, associe le nombre p_2.

D'après ce qui précède : $p_2 = 1{,}08\ p_1$. Donc en notant f la fonction qui à p_1 associe p_2 , on a : $f : p_1 \longmapsto 1{,}08\ p_1$.

c. Que peux-tu dire de cette fonction ?

Cette fonction est une fonction linéaire.

d. Quelle est l'image de 28,25 par cette fonction ?

D'après ce qui précède, l'image de 28,25 par cette fonction est : 30,51.

e. L'antécédent de 52,38 ?

D'après ce qui précède, l'antécédent de 52,38 par cette fonction est : 48,5.

20 La population d'un village a diminué de 15 % en trente ans. Il compte aujourd'hui 289 habitants. Quelle était sa population il y a trente ans ?

Soit x la population du village il y a 30 ans. La baisse de 15 % en 30 ans correspond à $\frac{15}{100} \times x = 0{,}15\,x$. Donc au total, la population est aujourd'hui de : $x - \frac{15}{100}x = 0{,}85\,x$. Donc, on cherche la valeur de x telle que : $0{,}85\ x = 289$, soit encore : $x = \frac{289}{0{,}85}$, d'où : $x = 340$. La population était donc de 340 habitants voilà 30 ans.