

Remédiation degré 12

IV : Fonctions - 1 : La base - Exercices

Ce document est l'une des ressources d'un **Cours de remédiation « degré 12 »**.

Public cible

Ces cours de remédiation sont conçus pour des élèves qui continuent leurs études après avoir terminé leur scolarité obligatoire (à Genève après le Cycle d'Orientation, vers 15 ans), qui ont identifié des lacunes dans leurs connaissances mathématiques de base et qui souhaitent apporter une remédiation.

Organisation des cours

Chaque cours est en principe constitué de trois parties :

- des modules **vidéos** reviennent sur les notions importantes illustrées par des exemples ;
- des **exercices « papier/crayon »**, accompagnés de leurs **corrigés complets** ;
- un parcours d'**exercices en ligne** qui utilisent la plate-forme Labomep (<http://labomep.net>) mais qui doivent être mis à disposition de l'élève par un professeur.

Mode de travail en autonomie

Ces cours sont conçus pour que la majorité du travail puisse être effectué de façon autonome par les élèves. Ceux-ci peuvent à leur rythme suivre les vidéos, s'exercer « papier-crayon » et s'auto-corriger après coup à l'aide des corrigés détaillés.

Les exercices en ligne permettent de s'exercer d'une autre façon ; les résultats sont disponibles en ligne autant pour l'élève que pour le professeur qui a mis le parcours à sa disposition.

Crédits

Source des exercices papier/crayon + corrigés : Manuel Sesamath.net cycle 4
http://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/?ouvrage=cycle4_2016

Adaptation : Jean-Marie Delley

Accéder aux ressources

<http://sesamath.ch/manuel-matugym-1e/complements/ch05>



Toutes les ressources de ce cours [vidéos, exercices « papier-crayon » avec corrigés et exercices en ligne] sont librement disponibles selon les **licences** suivantes :



<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.fr>

<http://www.gnu.org/licenses/fdl.html>

Contact

Contact : Jean-Marie Delley - jean-marie.delley@edu.ge.ch

1 On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Multiplie le nombre choisi par lui-même ;
- Soustrais le triple du nombre choisi au produit obtenu.

- a.** En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction f qui, à x , fait correspondre le résultat obtenu avec ce programme.
- b.** Applique ce programme de calcul avec le nombre -2 . Traduis ce calcul par une phrase contenant le mot « image » puis par une égalité.

2 Traduis chaque phrase par une égalité puis par une correspondance de la forme $x \mapsto \dots$.

- a.** x a pour image $4x - 5$ par la fonction f .
- b.** L'image de x par la fonction g est $x(x + 1)$.
- c.** Par la fonction h , $-3x$ est l'image de x .
- d.** Par la fonction r , x a pour image $2x - 5x^2$.
- e.** La fonction k associe, à tout nombre x , le nombre $3(x - 2)$.

3 Traduis chaque notation par une phrase contenant le mot « image » et par une égalité.

- a.** $f : 7 \mapsto -17$ **c.** $h : x \mapsto -4x^2$
- b.** $g : -5 \mapsto 3,2$ **d.** $v : x \mapsto -3$

4 La fonction f est définie par $f(x) = 8x$.

- a.** Détermine $f(2)$; $f(-3)$ et $f(0)$.
- b.** Quelle est l'image de -5 par la fonction f ?
Et celle de $\frac{1}{8}$?

c. Détermine les antécédents, par la fonction f , des nombres -16 ; 0 et 28 .

5 La fonction h est définie par $h : x \mapsto -6x$.

- a.** Détermine les images, par la fonction h , des nombres 0 ; -5 et $\frac{1}{3}$.
- b.** Calcule $h(-1)$ et $h(3,5)$.
- c.** Détermine les antécédents, par la fonction h , des nombres 24 ; -42 et $-\frac{3}{4}$.

6 Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction g .

x	$-0,5$	$-0,1$	0	$0,7$	$0,9$	$1,1$	$1,3$
$g(x)$	5	2	1	$-0,1$	-4	5	$3,4$

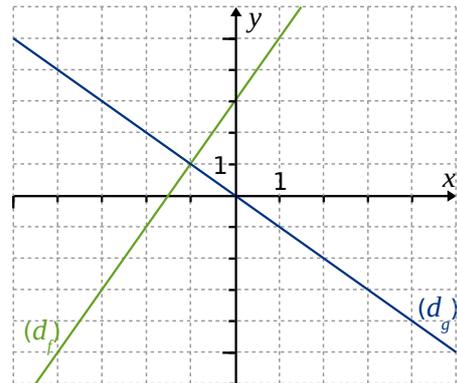
Recopie et complète les égalités suivantes.

- a.** $g(-0,1) = \dots$ **d.** $g(\dots) = -4$
- b.** $g(\dots) = 1$ **e.** $g(0,7) = \dots$
- c.** $g(0,9) = \dots$ **f.** $g(\dots) = 5$

7 La fonction k est définie par $k(x) = 4x^2 - 3$.

- a.** Quelle est l'image de $-0,5$ par k ?
- b.** Quel nombre a pour antécédent 1 par k ?
- c.** Quel est l'antécédent de -3 par k ?
- d.** Quels nombres ont pour image -2 par k ?
- e.** Pour quelles valeurs de x a-t-on $k(x) = 0$?
Interprète la (ou les) solution(s) de cette équation pour la fonction k .

8 Le graphique ci-dessous représente des fonctions f et g .

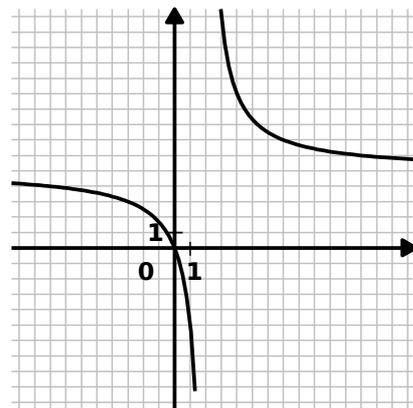


Par lecture graphique, détermine pour chaque fonction :

- a.** les images des nombres 0 ; 1 et -4 .
- b.** les antécédents des nombres 3 ; -5 et 5 .

9 Voici la représentation graphique

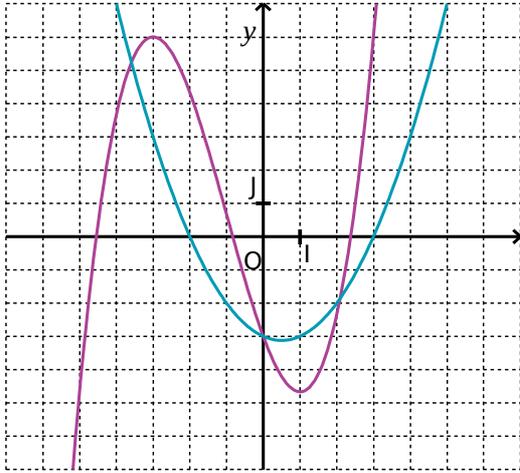
de la fonction D telle que $D(x) = \frac{5x}{x-2}$.



- a.** Quel nombre n'a pas d'image par la fonction D ? Peut-on le voir sur le graphique ? Explique.
- b.** Lire sur le graphique :
- l'image de 0 par la fonction D ;
 - $D(4)$, $D(7)$, $D(-8)$;
 - la valeur de a telle que $D(a) = 3$.
- c.** Vérifier les réponses du **b.** par le calcul.
- d.** Donne une valeur approchée de :
- l'image de 8 par la fonction D ;
 - l'image de -5 par la fonction D .

10 Un graphique et deux fonctions

Dans le repère (O, I, J) ci-dessous sont représentées deux fonctions f (en violet) et g (en bleu).



a. Recopie et complète le tableau ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

x	-3	-1	0			
$f(x)$				-5	-3	6

b. Recopie et complète le tableau ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

x	-2	0	3			
$g(x)$				-6	-2	3

c. Quelle est l'image maximale par la fonction f pour un nombre compris entre -5 et 0 ?

d. Détermine une valeur approchée du nombre, compris entre -4 et 5 , qui a la plus petite image par la fonction g .

e. Détermine graphiquement les valeurs de x entre -4 et 3 qui ont la même image par les fonctions f et g .

11 Avec le graphique ci-dessous :

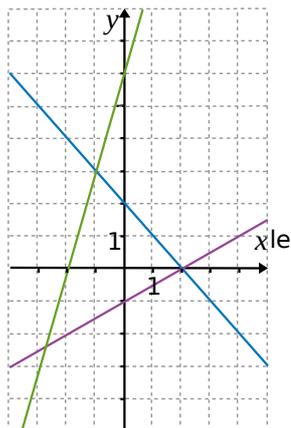
a. Identifie les droites (d_f), (d_g) et (d_h) qui représentent les fonctions f , g et h définies par :

$$f(x) = 3x + 6 ;$$

$$g(x) = 0,5x - 1 ;$$

$$h(x) = -x + 2.$$

b. Détermine les coordonnées du point d'intersection des droites (d_g) et (d_h) par calcul.



c. Détermine celles du point d'intersection des droites (d_f) et (d_h) également par le calcul.

d. Déduis-en, sans aucun calcul, les solutions de l'équation et de l'inéquation ci-dessous.

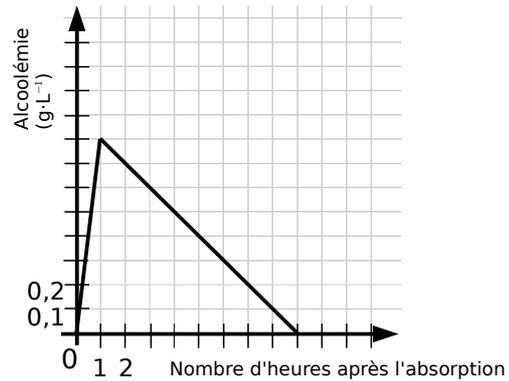
$$-x + 2 = 3x + 6$$

$$0,5x - 1 < -x + 2$$

Justifie ta réponse.

Sécurité routière (source : Eduscol)

On mesure le taux d'alcoolémie chez un homme après l'absorption d'une boisson alcoolisée à jeun.



a. Quel est le taux d'alcoolémie au bout de trois heures ?

b. Quand le taux d'alcoolémie est-il de $0,5 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$?

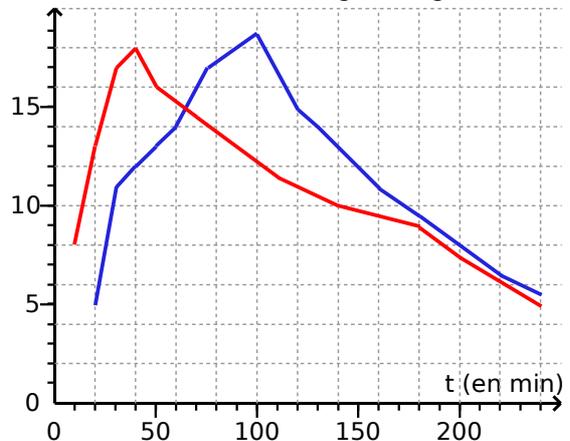
c. Quand le taux d'alcoolémie est-il maximal ?

d. Au bout de combien de temps le taux d'alcoolémie est-il nul ?

12 Médicament

Les deux courbes ci-après donnent la concentration dans le sang (en $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$) en fonction du temps (en min) pour deux formes différentes d'un anti-douleur (dont l'action est proportionnelle à son taux de concentration dans le sang) : le comprimé « classique » (en bleu) et le comprimé effervescent (en rouge).

Concentration dans le sang (en $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$)



a. Pour chaque forme de comprimé, donne la concentration dans le sang au bout de 30 min ; d'1 h 30 min et de 3 h.

- b.** Au bout de combien de temps chaque concentration est-elle maximale ? Quelle forme de comprimé doit-on prendre si l'on souhaite calmer des douleurs le plus rapidement possible ?
- c.** À quels instants a-t-on une concentration de $13 \text{ mg}\cdot\text{L}^{-1}$ pour chacun des produits ? À quel instant les deux concentrations sont-elles égales ?
- d.** Récris chacune des réponses précédentes en utilisant le langage des fonctions.

13 Les résistances électriques

Le code couleur des résistances indique une valeur annoncée et une tolérance.

La tolérance d'une résistance est comprise entre 0,05 % et 20 %. Pour être conforme, la valeur mesurée de la résistance doit valoir ce qui est annoncé plus ou moins cette tolérance.

On étudie des résistances dont la tolérance est de 20 %.

- a.** La première résistance a une valeur annoncée de 250Ω . Donne un encadrement de ses valeurs mesurées conformes.
- b.** La deuxième résistance qui est conforme a une valeur mesurée de 420Ω . Donne un encadrement de ses valeurs annoncées possibles.
- c.** On appelle x la valeur annoncée de la résistance en ohm (Ω). Exprime, en fonction de x , la valeur minimale $m(x)$ pour laquelle une résistance est conforme. Exprime, en fonction de x , la valeur maximale $M(x)$ pour laquelle une résistance est conforme.
- d.** Représente graphiquement ces deux fonctions dans un même repère. Utilise des couleurs différentes. Fais apparaître la zone du plan délimitée par ces deux droites.
- e.** Par lecture graphique, donne l'encadrement des valeurs mesurées conformes pour des valeurs annoncées de 250Ω ; 800Ω et $1\,400 \Omega$.
- f.** Par lecture graphique, donne l'encadrement des valeurs annoncées possibles pour des résistances mesurées de 510Ω ; 720Ω et $1\,650 \Omega$.

14 Mercredi, ce sont les soldes !

Collées sur une vitrine, de grandes affiches annoncent une réduction de 30 % sur toute la boutique.

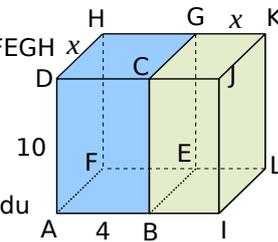
- a.** Une jupe à 80 € est soldée. Quel est son nouveau prix ? Détaille tes calculs.

- b.** Un article coûtant x € est soldé. Exprime $p(x)$, son nouveau prix, en fonction de x .
- c.** Cette fonction p est-elle linéaire ou affine ?
- d.** Représente cette fonction pour les valeurs de x comprises entre 0 € et 150 €, sur une feuille de papier millimétré. Tu placeras l'origine du repère orthogonal dans le coin inférieur gauche. Tu prendras 1 cm pour 10 € en abscisse et en ordonnée.
- e.** Lis sur le graphique le prix soldé d'un pull qui coûtait 50 €.
- f.** Lis sur le graphique le prix avant démarque d'un pantalon soldé à 84 €.

15 Hauteur d'un triangle équilatéral

- a.** Calcule la hauteur puis l'aire d'un triangle équilatéral de côté 5 cm.
- b.** On note x le côté d'un triangle équilatéral (en cm). Exprime sa hauteur en fonction de x .
- c.** On appelle A la fonction qui à x associe l'aire du triangle équilatéral de côté x .
- a.** Détermine une expression de A .
- b.** Calcule $A(5)$; $A(3)$ et $A(\sqrt{3})$.

- 16** L'unité est le centimètre. ABCDFEGH et BIJCELKG sont deux pavés droits.



- a.** Exprime les volumes $V_1(x)$ du pavé bleu et $V_2(x)$ du pavé vert en fonction de x .
- b.** Dans un tableur, construis un tableau de valeurs et les courbes représentatives de V_1 et V_2 en fonction de x .
- c.** Quel(s) nombre(s) a (ont) la même image par V_1 et V_2 ?