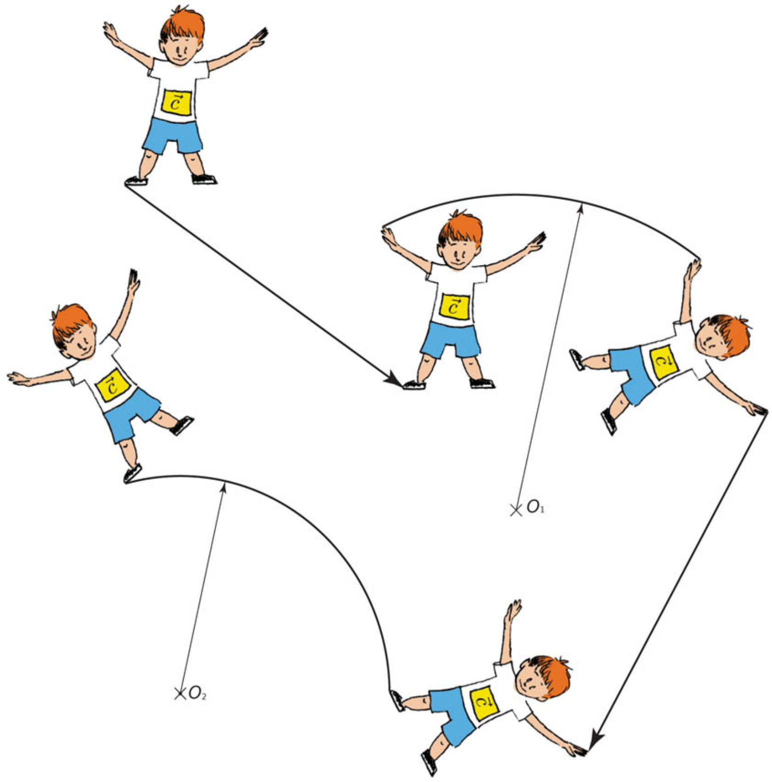
Translations et rotations

14



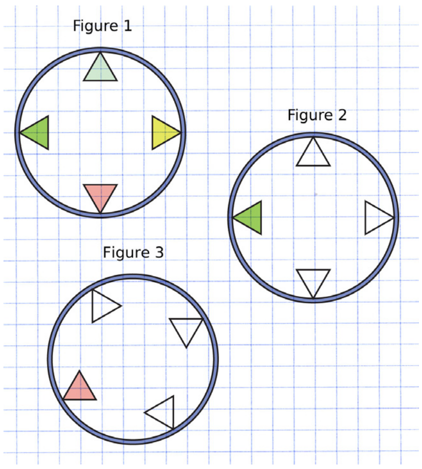
Narration de recherche

Voici trois fois la même figure.

À l'aide des carreaux recopie les trois figures et trouve les couleurs manquantes dans les triangles. Le sens des couleurs n'a pas été inversé.

Décris précisémment la transformation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2.

Décris la transformation qui permet de passer de la figure 2 à la figure 3.



Activité 1 : Un pas de côté

Cinq élèves ont construit une image du danseur, en effectuant chacun une translation différente.

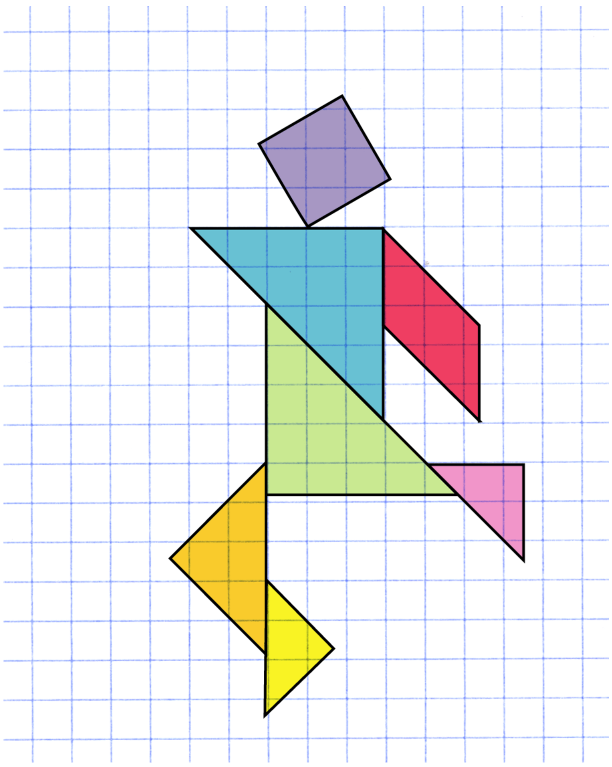
a. Sarah, de 5 cm dans la direction de *d* ;

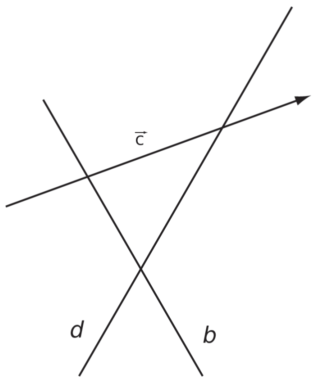
b. Vincent, horizontalement, vers la droite ;

c. Mélanie, selon le vecteur $\vec{c}$;

d. Juan, en la glissant de 3 cm ;

e. Madina, en la déplaçant de 4 cm, vers la gauche et dans la direction de *b*.

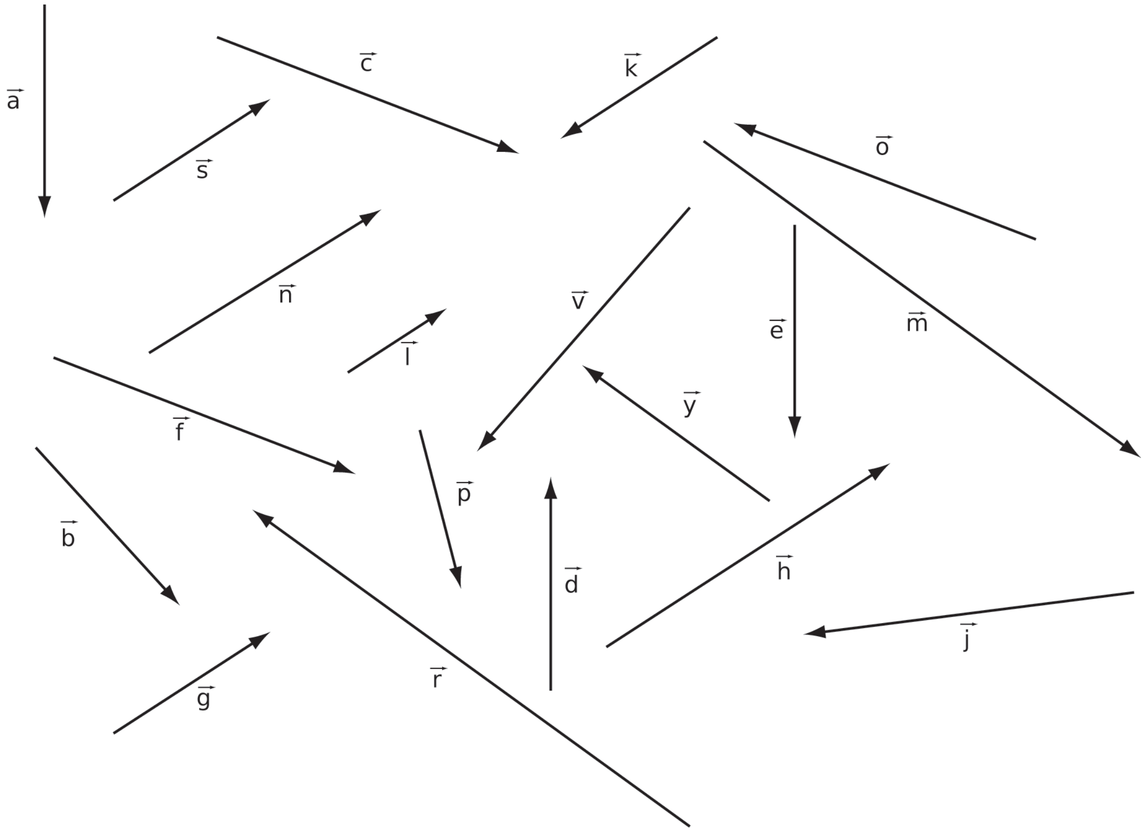




À l'aide des carreaux, construis ces cinq figures et compare tes résultats avec ceux de tes camarades.

Activité 2 : Avoir du bons sens

Voici une vingtaine de flèches représentant des vecteurs.



1. Classification

Recopie puis complète le tableau en donnant tous les vecteurs possibles pour chaque question. Arrondis au dixième le plus proche tes mesures.

Vecteur	Même longueur que le vecteur	Même direction que le vecteur	Égal au vecteur
$\vec{a}$			
$\vec{c}$			
$\vec{g}$			
$\vec{r}$			

2. Qu'en penses-tu ?

Détermine si les affirmations des élèves sont correctes ou non.

a. Aline dit que le vecteur $\vec{c}$ est égal à deux fois le vecteur $\vec{a}$.

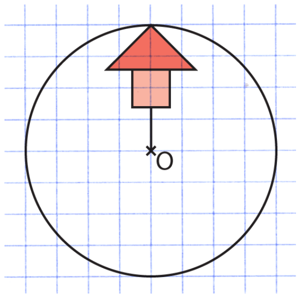
b. Simon dit que le vecteur $\vec{d}$ est l'opposé du vecteur $\vec{e}$.

c. Justine prétend que le vecteur $\vec{b}$ et $\vec{f}$ ont la même direction.

d. Mohamed dit que les vecteurs $\vec{c}$ et $\vec{j}$ ont la même intensité.

Activité 3 : Tourner dans tous les sens

1. Dans quel sens

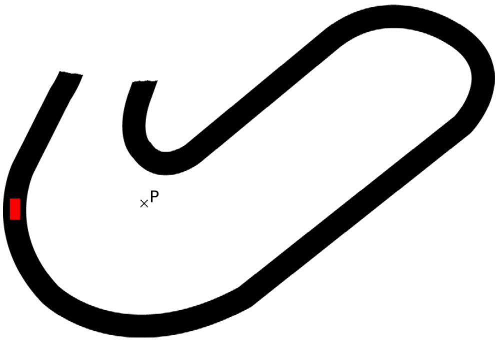


La figure ci-contre illustre une montre possédant qu'une seule aiguille.

a. Reproduis le dessin puis dessine l'aiguille quand elle aura tourné de 90° par rapport au centre O.

b. Dessine l'aiguille quand elle aura tourné de − 120° par rapport au centre O.

2. Le virage

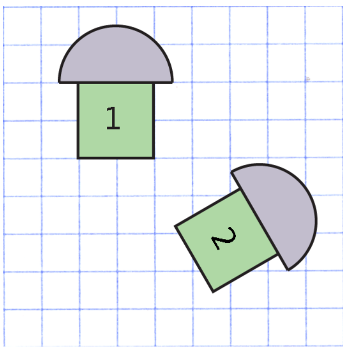


Ci-contre une partie du circuit de Catalogne où la formule 1 vient d'entamer son virage.

a. À l'aide d'un papier calque reproduit cette figure et dessine la voiture après qu'elle ait effectué une rotation de 80° par rapport au centre P.

b. Peut-on effectuer tout le virage en gardant le même rayon de rotation ?

3. Trouver le centre (≥**)



Alice sait que la figure 2 a été obtenue après une rotation de la figure 1.

Pascal aimerait savoir où se trouve le centre de la rotation ainsi que l'angle de rotation.

Aline propose de tracer les médiatrices des segments reliant les sommets de la figure 1 aux sommets correspondants de la figure 2.

a. Recopie la figure puis effectue ce qu'Aline propose.

b. Que remarques-tu ?

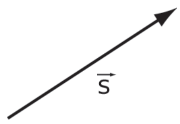
c. Détermine où se trouve le centre ainsi que l'angle de la rotation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2.

Méthode 1 : La translation

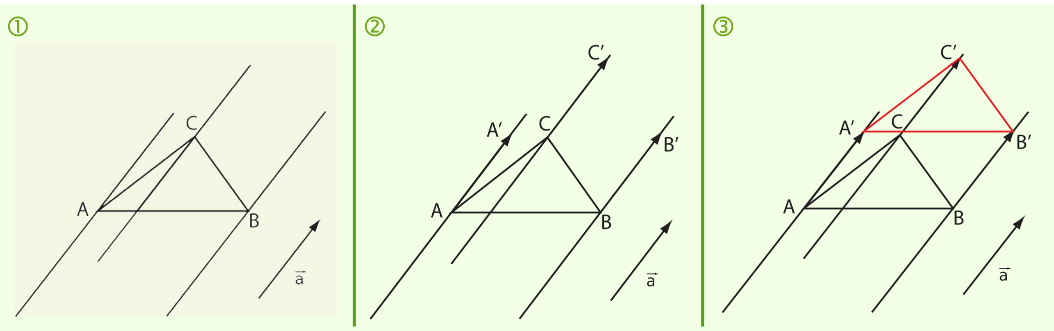
À connaître

Une **translation** consiste à faire glisser une figure selon un **vecteur** donné.

Un **vecteur** est donné par
- une direction (c'est la direction de la droite)
- un sens, (c'est le sens de la flèche)
- une longueur (c'est la longueur du segment)

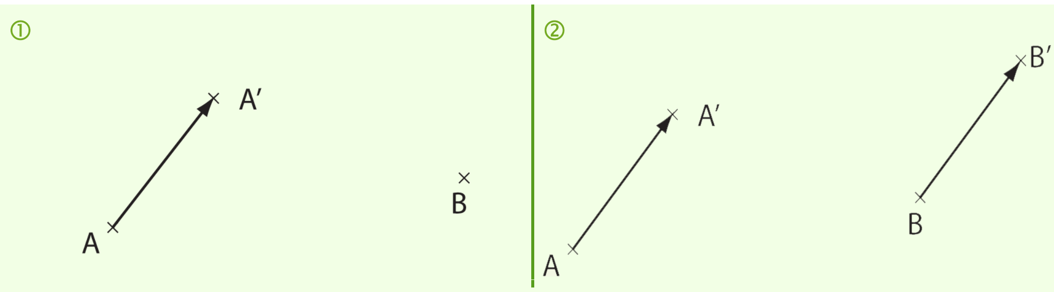


Exemple 1 : Construis l'image du triangle ABC par la translation de vecteur $\vec{a}$.



① On trace des droites parallèles au vecteur $\vec{a}$ passant par les sommets de la figure.
② On reporte sur les droites le vecteur $\vec{a}$ en respectant le sens donné par la flèche.
③ On relie les sommets entre eux.

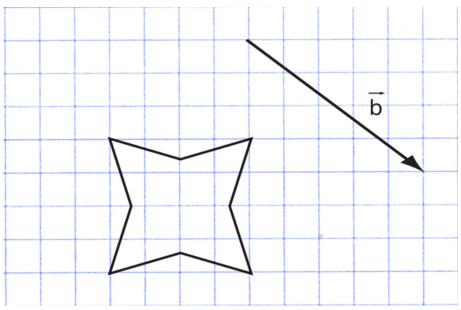
Exemple 2 : A' est l'image de A par une translation. Construis l'image de B' par cette translation.



① On trace le vecteur $\overrightarrow{AA'}$.
② On construis l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

Exercice « À toi de jouer »

1 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, reproduis puis construis l'image de la figure par la translation de vecteur $\vec{b}$.



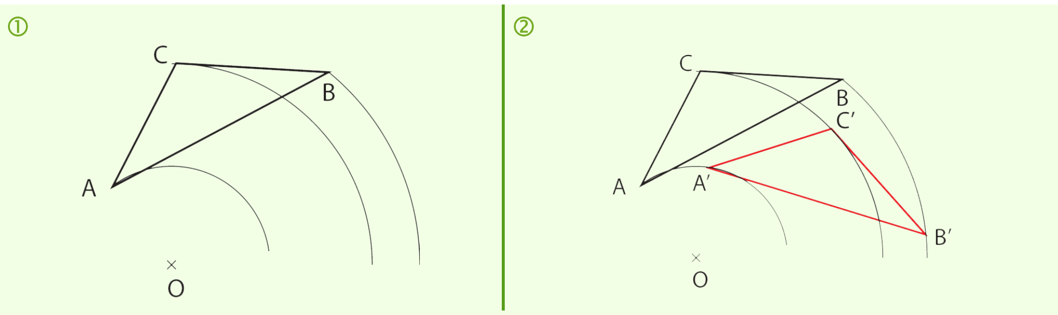
Méthode 2 : La rotation

À connaître

Une **rotation** est définie par son **centre** et son **angle**.
L'angle de rotation est **positif** si la rotation s'effectue dans le sens contraire des aiguilles d'une montre et **négatif** sinon.

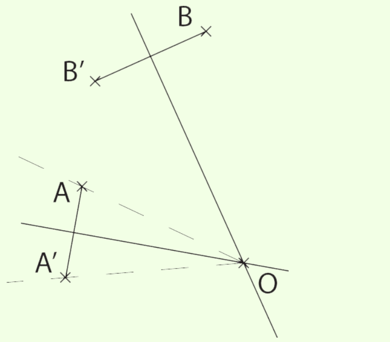
Remarque : La rotation de centre O et d'angle α est notée : R(O ; α).

Exemple 1 : Construis l'image du triangle ABC par la rotation R(O ; − 45°)



① La rotation s'effectue dans le sens des aiguilles d'une montre. On trace des arcs de cercles de centre O passant par les sommets A, B et C.
② On reporte l'angle de rotation sur tous les arcs de cercles ($\widehat{AOA'}$ = 45°) et on relie les sommets entre eux.

Exemple 2 : (≥**) A' et B' sont l'image de A et B par une rotation. Détermine le centre de la rotation ainsi que l'angle de rotation.

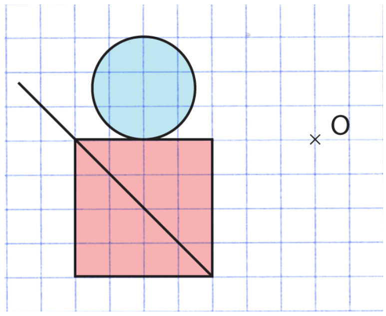


On trace les médiatrices de [AA'] et [BB']. L'intersection des médiatrices donne le centre de la rotation O.

La rotation s'effectue dans le sens inverse des aiguilles d'une montre alors l'angle est positif. L'angle $\widehat{AOA'}$ = 30° donc l'angle de rotation est + 30°

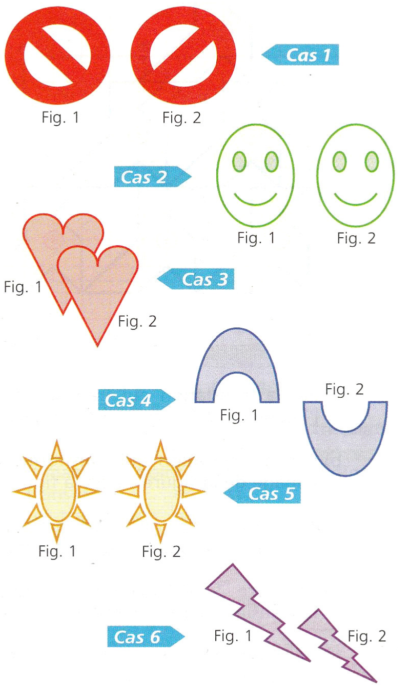
Exercice « À toi de jouer »

2 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, reproduis puis construis l'image de la figure par la rotation R(O ; 60°).

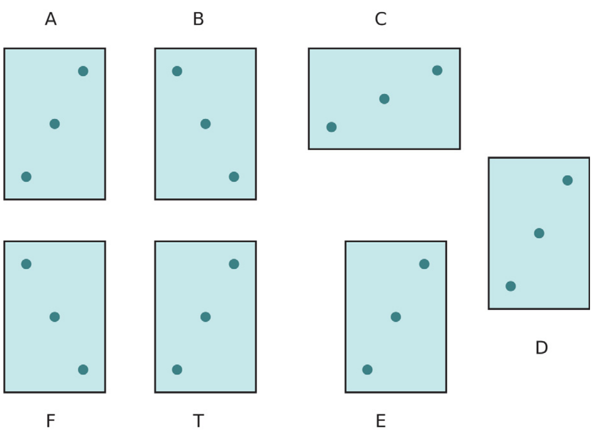


Translation

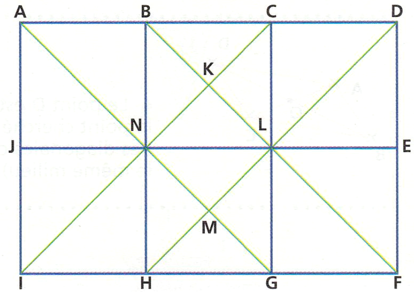
1 Donne les cas où la transformation qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2 est une translation.



2 Quelles sont les cartes images de la carte T par une translation ?



3 Recopie et complète :



a. L'image du point L par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est ....

b. L'image du point ... par la translation de vecteur $\overrightarrow{BK}$ est L.

c. L'image du point J par la translation de vecteur .... est L.

d. La translation de vecteur $\overrightarrow{DE}$, transforme K en ....

e. La translation qui transforme ... en H, transforme N en G.

f. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AJ}$, le triangle BKN a pour image ...

g. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{JN}$, le triangle NLH a pour image ...

4 Observe la figure ci-après puis recopie et complète dans ton cahier :

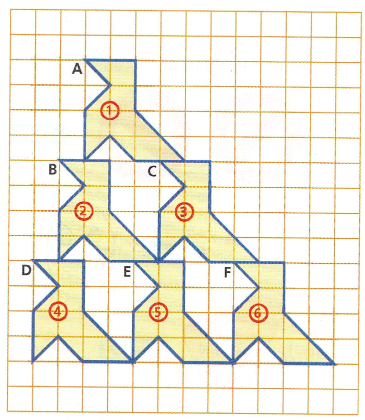
a. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, l'image de la figure ② est la figure ...

b. Par la translation de vecteur $\overrightarrow{EC}$, l'image de la figure ... est la figure ②.

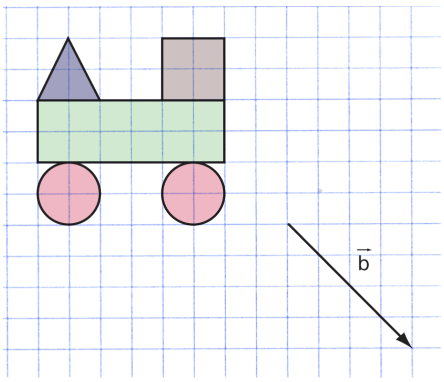
c. Par la translation qui transforme ... en C, l'image de la figure ⑤ est la figure ⑥.

d. La figure ③ est l'image de la figure ... par la translation de vecteur $\overrightarrow{CF}$.

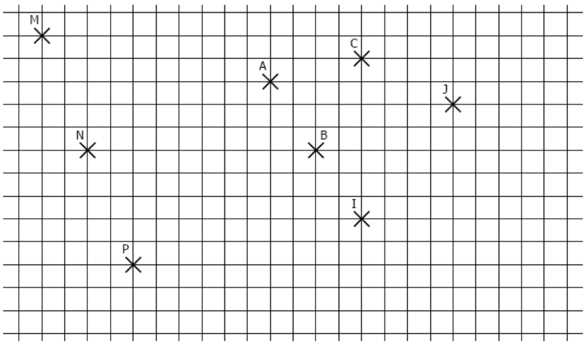
e. Dans la translation qui transforme E en ..., l'image de la figure ③ est la figure ②.



5 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, recopie puis effectue la translation de vecteur $\vec{b}$.



6 En t'aidant du quadrillage de ton cahier, recopie puis effectue les translations.



a. Construis le point M_1, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. Construis le point N_1, image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

c. Construis le point P_1, image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

d. Construis le point M_2, image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

e. Construis le point N_2, image de N par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

f. Construis le point P_2, image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

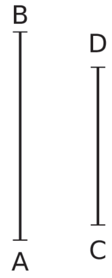
g. Construis le point I_3, image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.

h. Construis le point J_3, image de J par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.

i. Construis le point A_4, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

j. Construis le point B_4, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

7 (***) [CD] est-il l'image de [AB] par une translation ? Justifie ta réponse.



8 *Dans un repère*

Dans ton cahier trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe puis place les points suivants :

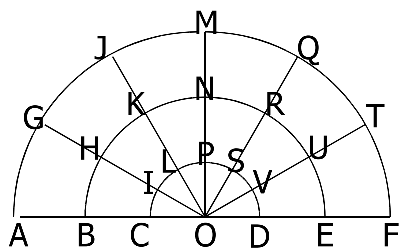
A(+ 3 ; + 2)	D(+ 1 ; – 3)
B(– 4 ; + 3)	O(0 ; 0)
C(– 2 ; – 1)	T(+ 2 ; – 3)

On considère la translation de vecteur $\overrightarrow{OT}$. Quelles sont les coordonnées des points A', B', C', D', images des points A, B, C, D par cette translation.

Rotation

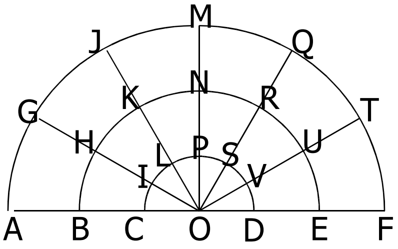
9 Détermine sur la figure ci-dessous quels sont les points qui correspondent aux rotations :

a. R(G ; + 30°)	**d.** R(I ; – 60°)	**g.** R(E; + 120°)
b. R(T ; + 60°)	**e.** R(F ; + 90°)	**h.** R(O ; + 60°)
c. R(M ; – 30°)	**f.** R(G ; – 120°)	**i.** R(E ; + 180°)

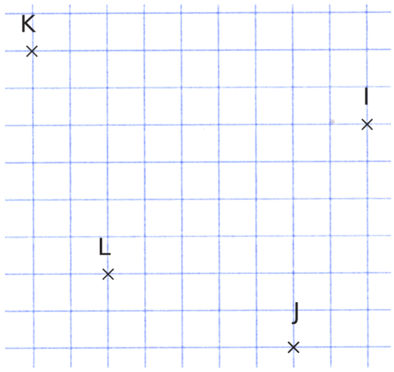


10 Détermine sur la figure ci-dessous, l'angle de la rotation de centre O telle que l'image de ...

a. M donne J ;	**d.** P donne V ;	**g.** B donne U ;
b. U donne N ;	**e.** D donne I ;	**h.** F donne A ;
c. K donne N ;	**f.** H donne U ;	**i.** I donne S ;



11 En t'aidant du quadrillage de ton cahier reporte ces points.



Dans chaque cas construis le point :

a. J_1 image de J par la rotation de centre I et d'angle + 90°.

b. K_1 image de K par la rotation de centre I et d'angle – 90°.

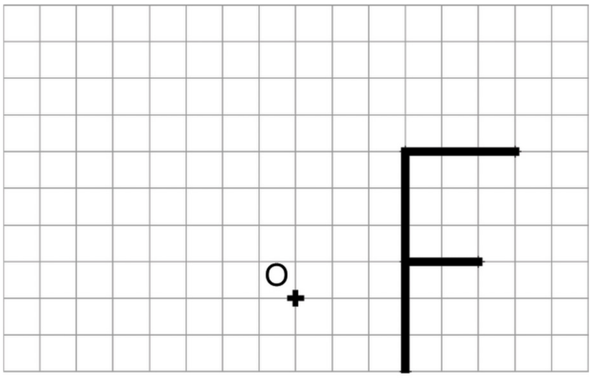
c. L_1 image de L par la rotation de centre I et d'angle + 90°.

d. I_2 image de I par la rotation de centre K et d'angle – 45°.

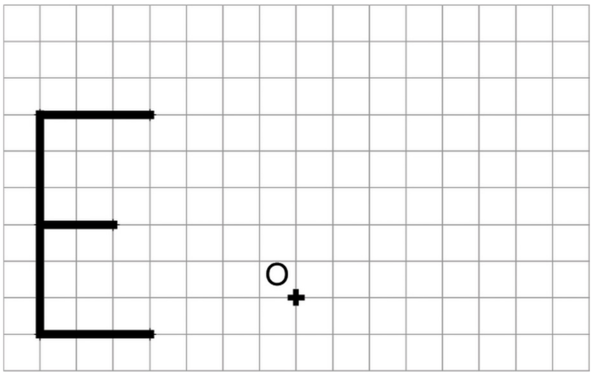
e. J_2 image de J par la rotation de centre K et d'angle + 45°.

f. L_2 image de L par la rotation de centre K et d'angle – 45°.

12 Reproduis la lettre F dans ton cahier. construis l'image la lettre F par la rotation de centre O, d'angle + 90°.



13 Reproduis la lettre E dans ton cahier. construis l'image de lettre E par la rotation de centre O, d'angle – 45°



14 Soit ABC un triangle tel que $\widehat{BAC}$ mesure 60°; [AB] mesure 4cm et [AC] mesure 3cm. Soit O un point extérieur au triangle ABC.

a. Faire une figure sur une feuille blanche.

b. Construire le triangle A'B'C' image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle + 40°.

15 Soit A et B deux point distincts. Soit E l'image de B par la rotation de centre A, d'angle + 30°. Soit F l'image de B par la rotation de centre A, d'angle – 60°.

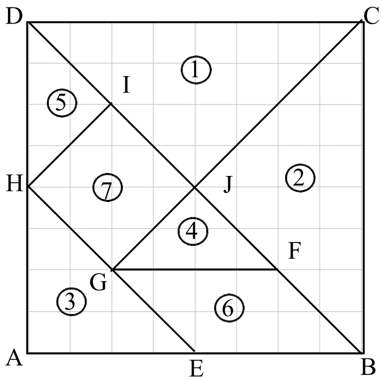
a. Trace la figure.

b. Quelle est la nature du triangle AEF ?

Exercices d'approfondissement

16 *Tangram*

Le Tangram est découpé dans un carré. Il est formé de 5 triangles rectangles isocèles, les pièces ①, ②, ③, ④, ⑤, d'un parallélogramme ⑥ et d'un carré ⑦.



En observant le dessin de ce puzzle, réponds aux questions suivantes.

a. Quelle est l'image de H par la translation $\overrightarrow{FB}$?

b. Quelle est l'image de I par la rotation de centre J, d'angle 90° ?

c. Quelle est l'image de H par la translation $\overrightarrow{GF}$ suivie de la translation $\overrightarrow{BF}$?

d. Quelle est l'image de B par la symétrie de centre F ?

e. Quelle est l'image de A par la symétrie d'axe (BD) ?

f. Quelle est l'image de J par la symétrie de centre G suivie de la symétrie de centre H ?

17 *En repérage*

Dans un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, on effectue une translation donnée par le point A(2 ; 5) et son image A'(5 ; 8).

a. Quelles sont les coordonnées des images des points B(5 ; – 1), C(– 4 ; – 2) et D(– 4 ; 2) ?

b. Quelles sont les coordonnées des points dont les images sont E'(– 2 ; – 3), F'(3 ; 5) et G'(0 ; 0) ?

18 *Doublé gagnant*

Dans un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, l'image du triangle ABC par la translation $\overrightarrow{T_1}$ est le triangle A'B'C'. L'image du triangle A'B'C' par la translation $\overrightarrow{T_2}$ est le triangle A''B''C''.

Construis les trois triangles ABC, A'B'C' et A''B''C'' connaissant les points A(6 ; 4), C(16 ; 2), B'(– 8 ; – 3), C'(– 8 ; – 6),et B''(6 ; – 8).

19 *(***) À Condition*

a. Soit [AB] et [A'B'] deux segments isométriques. À quelle(s) condition(s) existe-t-il une translation qui associe [AB] à [A'B'] ?

b. À quelle(s) condition(s) deux cercles C et C' sont-ils images l'un de l'autre par une translation ?

Travail de recherche

Figure de Kolam

Dans l'État du Tamil Nadu, dans le sud-est de l'Inde, les mères enseignent à leurs filles l'art de dessiner avec de la poudre de riz des figures de Kolam qui décorent le seuil des habitations.

a. Sur une feuille blanche, reproduisez la figure A

b. Complétez la figure A afin d'obtenir la figure B en effectuant des rotations. Trouvez le centre des rotations.

c. Complétez la figure pour obtenir la figure C.

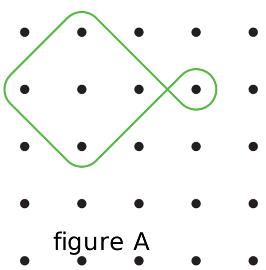
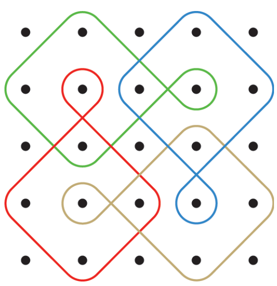
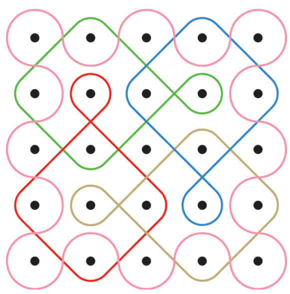
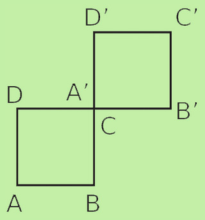
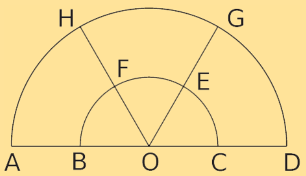


figure A





Se tester avec le QCM !

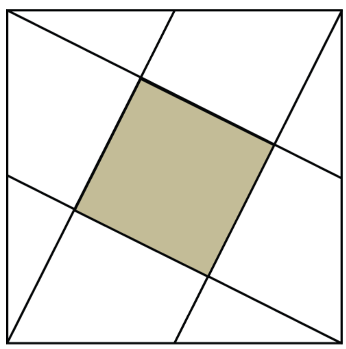
		R1	R2	R3	R4
1	 Le carré A'B'C'D' est l'image du carré ABCD par la translation de vecteur ...	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{BD}$
2	 E est l'image de F par la rotation de centre O et d'angle ...	+ 30°	– 30°	+ 60°	– 60°
3	Sur l'image ci-dessus, l'image de D par une rotation de centre O et d'angle – 120° est ...	A	H	G	O

Récréation mathématique

La dalle (d'après le GVJM)

Dans un jardin carré de 10 m de côté, Maurice tend une corde entre chaque coin et le milieu du côté opposé, comme indiqué sur la figure. Les quatre cordes ainsi tendues délimitent une surface à l'intérieur de laquelle des ouvriers coulent une dalle en ciment (partie ombrée). Quelle est l'aire de cette dalle ?

Indice : fais pivoter certains triangles



La disparition (d'après le GVJM)

Construis 7 bâtonnets de 2 cm de hauteur et distants chacun de 1 cm, selon le croquis ci-dessous. Trace une ligne comme indiqué, du bas du premier bâtonnet au haut du dernier. Coupe ta figure en deux, le long de la ligne tracée. En translatant la partie du haut contre la partie du bas le long de la ligne de coupe, tu peux faire disparaître un bâtonnet.

Comment expliques-tu ce tour de magie ?