

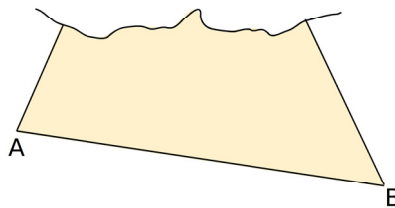


# Symétrie axiale et centrale

13

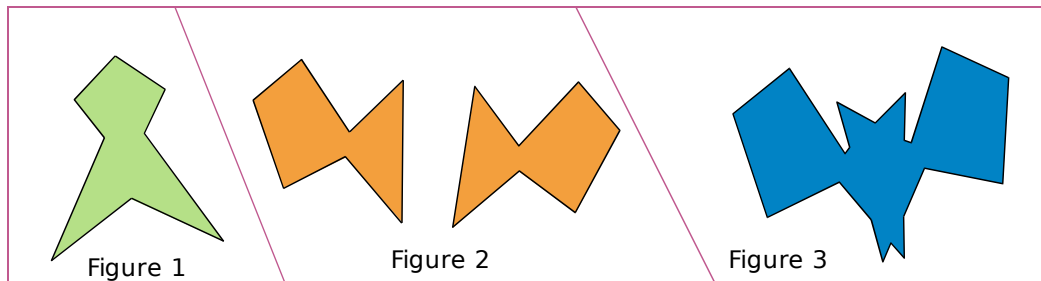


## Narration de recherche



Un triangle ABC a été tracé sur une feuille qui a été déchirée. Tu dois trouver comment construire le point d'intersection des trois hauteurs du triangle ABC sans effectuer de tracés en dehors de la feuille. Il pourra être utile de tracer auparavant les trois hauteurs d'un autre triangle qui, lui, sera complet.

### Activité 1 : Miroir, mon beau miroir

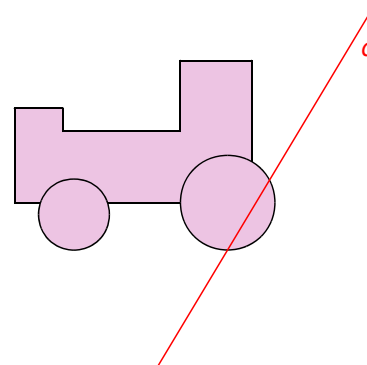


1. Observe les trois figures ci-dessus.

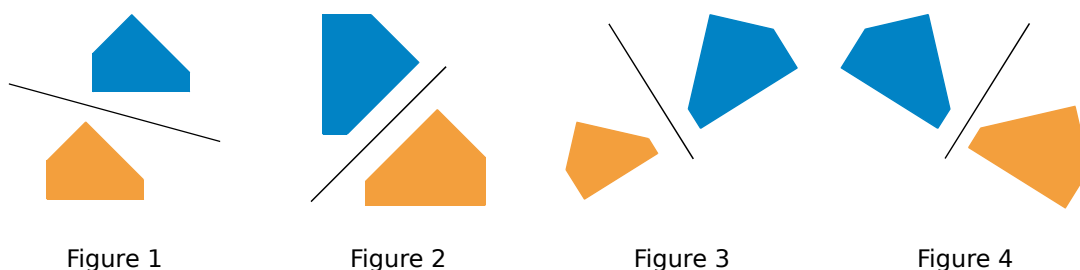
a. Quel est leur point commun ?  
Comment peux-tu le mettre en évidence ?

b. Dans des publicités ou des magazines, trouve des images ou des logos qui ont la même propriété.

2. À l'aide de papier calque, complète la figure ci-contre avec un minimum de tracés pour que la droite  $d$  soit son **axe de symétrie**.

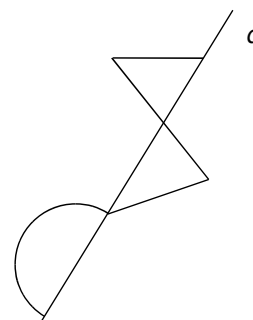
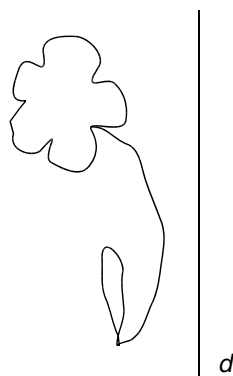


### Activité 2 : Le symétrique dans l'œil



1. Observe les figures ci-dessus. La figure bleue est-elle toujours symétrique à la figure orange par rapport à la droite tracée ? Justifie ta réponse en écrivant une phrase.

2. Reproduis les figures ci-dessous. Complète-les à main levée en respectant la symétrie par rapport à la droite  $d$  et en tenant compte des remarques faites à la question 1.



### Activité 3 : Une droite bien connue

**1.** Sur la figure ci-contre, quel est le symétrique du point A par rapport à l'axe  $d$  ?

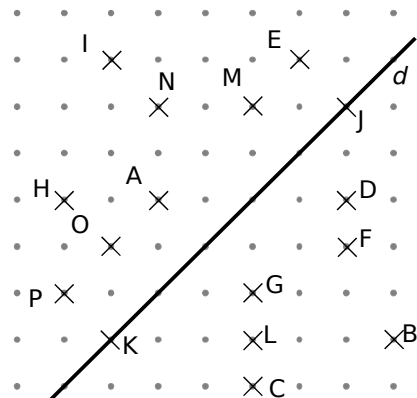
Trouve les paires de points symétriques par rapport à la droite  $d$ . Décalque-les ainsi que la droite  $d$ .

**2.** Quel est le symétrique du point J par rapport à l'axe  $d$  ? Y a-t-il un autre point qui a la même particularité ?

**3.** Sur ton calque, relie les points qui sont symétriques. Que peux-tu dire de la droite  $d$  pour ces segments ?

**4.** Trace le cercle de centre J passant par A et celui de centre K passant par A. Que remarques-tu ? Trace un autre cercle passant par A et G. Où doit se situer son centre ?

**5.** Sur ton calque, place un point T qui n'est pas sur la droite  $d$ . Propose deux façons de construire son symétrique T' par rapport à  $d$  sans plier le calque.



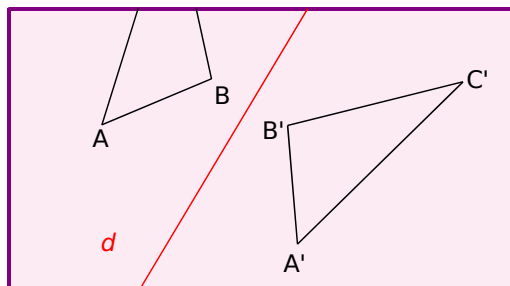
### Activité 4 : Un peu de mesure

#### 1. Symétrique d'un segment

**a.** Trace une droite  $d$  et un segment  $[AB]$ . Construis le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à la droite  $d$ .

**b.** Compare les mesures des deux segments. Tes camarades obtiennent-ils la même remarque ?

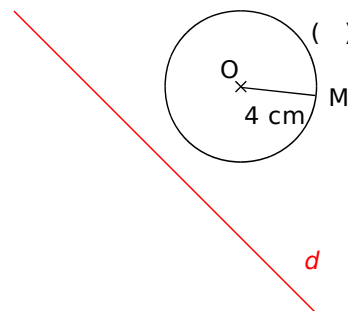
**c.** Romain avait construit le symétrique A'B'C' du triangle ABC par rapport à l'axe  $d$ . Malheureusement, sa feuille s'est déchirée et il ne reste que la figure ci-contre. Romain doit déterminer le périmètre du triangle ABC. Explique comment il peut faire en utilisant uniquement la règle graduée et sans tracé supplémentaire.



#### 2. Symétrique d'un cercle

**a.** Reproduis la figure ci-contre, place un point M sur le cercle ( ) puis construis les points O' et M' symétriques respectifs de O et de M par rapport à  $d$ . Quelle est la longueur de  $[O'M']$  ? Justifie ta réponse.

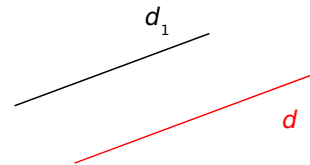
**b.** Construis le symétrique du cercle ( ) par rapport à la droite  $d$ .



### Activité 5 : Symétrique d'une droite (\*\*\*)

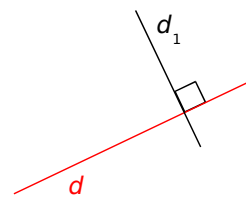
#### 1. Droite parallèle à l'axe

- Trace deux droites parallèles  $d$  et  $d_1$ .
- Construis la droite  $d_2$  symétrique de la droite  $d_1$  par rapport à l'axe  $d$ .
- Que peux-tu dire des droites  $d_1$  et  $d_2$  ? Justifie ta réponse.



#### 2. Droite perpendiculaire à l'axe

- Construis deux droites  $d$  et  $d_1$  perpendiculaires.
- Place un point  $A$  sur la droite  $d_1$  et construis son symétrique  $A'$  par rapport à l'axe  $d$ . Justifie la position du point  $A'$ .  
Que peux-tu dire alors de la droite  $d_2$  symétrique de la droite  $d_1$  par rapport à l'axe  $d$  ?



### Activité 6 : Calque et demi-tour

Mathieu a décalqué le bateau rose puis il l'a fait tourner autour du point  $O$  dans le sens de la flèche. Il a dessiné quatre bateaux de couleurs différentes.

1. Certains bateaux sont à moins d'un demi-tour, d'autres à plus d'un demi-tour du bateau de départ. Peux-tu préciser lesquels ?

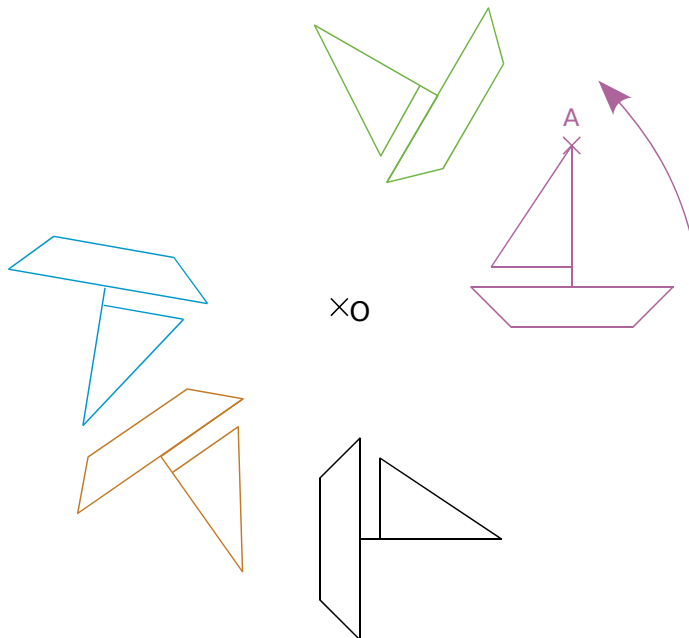
2. Reproduis, sur ton cahier, le bateau rose et le point  $O$ . À l'aide d'un morceau de papier calque, place un bateau qui soit à moins d'un demi-tour et un autre qui soit à plus d'un demi-tour du bateau de départ.

3. Mathieu remarque que lorsqu'il fait tourner le bateau rose autour du point  $O$ , le point  $A$ , tout en haut du mât, décrit une ligne qu'il connaît bien. Quelle est cette ligne ? Construis-la sur ton dessin.

4. Mathieu aimerait bien construire un bateau qui soit exactement à un demi-tour du bateau rose. Pour savoir où s'arrêter de tourner, Mathieu se dit qu'il faudrait connaître la position exacte du point  $A$  après un demi-tour. Construis ce point.

**Le demi-tour autour du point  $O$  est encore appelé symétrie de centre  $O$ .**

5. En t'aidant des questions 3. et 4., construis le symétrique du bateau de départ par la symétrie de centre  $O$ .



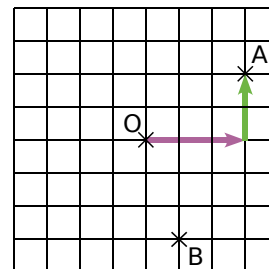
### Activité 7 : Dans un quadrillage

1. Reproduis la figure ci-contre sur ton cahier.

Pour aller de O à A, on suit la flèche rose puis la verte.

2. En utilisant du papier calque, construis le symétrique de chaque flèche par rapport à O puis complète les phrases suivantes :

- Le symétrique par rapport à un point d'une flèche de trois carreaux vers la droite est une flèche ... .
- Le symétrique par rapport à un point d'une flèche de deux carreaux vers le haut est ... .



3. À l'aide des symétriques des flèches rose et verte, place le point A', symétrique du point A par rapport à O.

4. En utilisant uniquement le quadrillage et en t'inspirant de la méthode découverte ci-dessus, place le point B' symétrique du point B par rapport à O.

### Activité 8 : Centre de symétrie (\*\*\*)

1. Construis un segment [RS] de 5 cm de longueur. Quel est son centre de symétrie ?

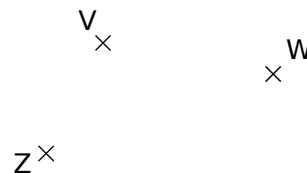
2. Construis un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Quel est son centre de symétrie ?

3. Construis une droite  $d$ . Combien admet-elle de centres de symétrie ?

4. Est-il possible de construire un triangle non aplati qui a un centre de symétrie ?

5. Place trois points non alignés A, B et O. Construis les points C et D pour que le quadrilatère ABCD ait le point O comme centre de symétrie.

6. Sur ton cahier, place trois points Z, V et W comme sur la figure ci-contre. Comment construire le point M pour que le quadrilatère ZVWM ait un centre de symétrie ?



7. Construis un hexagone EFGHIJ qui admet un centre de symétrie.

### Méthode 1 : Construire le symétrique d'un point à l'équerre

#### À connaître

Le **symétrique d'un point**  $P$  par rapport à une droite  $d$  est le point  $S$  tel que la droite  $d$  soit la médiatrice du segment  $[PS]$ .

**Exemple :** Construis le point  $S$ , symétrique de  $P$  par rapport à la droite  $d$ , en utilisant l'équerre.

On construit la droite perpendiculaire à la droite  $d$  passant par le point  $P$ .

On reporte la distance de  $P$  à  $(d)$  de l'autre côté de  $d$  sur cette droite perpendiculaire.

On obtient ainsi le point  $S$  tel que  $d$  soit la médiatrice de  $[PS]$ .

#### Exercice « À toi de jouer »

1 Trace deux droites sécantes  $d'$  et  $d''$  puis place un point  $A$  qui n'appartient ni à  $d'$ , ni à  $d''$ . Construis les symétriques  $A'$  et  $A''$  de  $A$  par rapport à  $d'$  et à  $d''$ .

### Méthode 2 : Construire le symétrique d'un point au compas

#### À connaître

Si  $A$  et  $B$  sont symétriques par rapport à une droite  $d$  alors chaque point de la droite  $d$  est **équidistant** de  $A$  et de  $B$ .

**Exemple :** Construis le point  $S$ , symétrique de  $P$  par rapport à la droite  $d$ , au compas seul.

On trace un arc de cercle de centre  $P$  qui coupe l'axe en deux points.

De l'autre côté de la droite  $d$ , on trace deux arcs de cercle de même rayon et de centre les deux points précédents.

Ces deux arcs se coupent en un point qui est le point  $S$ , symétrique de  $P$  par rapport à  $d$ .

#### Exercice « À toi de jouer »

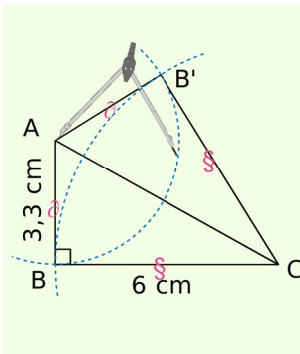
2 Construis un triangle  $ABC$ . Construis le point  $D$ , symétrique de  $B$  par rapport à  $(AC)$ .

## Méthode 3 : Utiliser les propriétés de la symétrie axiale (\*\*\*)

### À connaître

La symétrie axiale conserve les **longueurs, l'alignement, les angles et les aires**.

**Exemple :** Soit un triangle ABC rectangle en B tel que  $AB = 3,3$  cm et  $BC = 6$  cm. Quelle est la nature du triangle A'B'C' symétrique de ABC par rapport à la droite (AC) ? Justifie.



- A et C appartiennent à l'axe de symétrie, ils sont donc chacun leur propre symétrique. On appelle B' le symétrique de B par rapport à (AC).
- ABC est rectangle en B donc  $\widehat{ABC} = 90^\circ$ . Or la symétrie axiale conserve la mesure des angles donc  $\widehat{A'B'C'} = 90^\circ$ . A'B'C' est un triangle rectangle en B'.
- La symétrie axiale conserve les longueurs donc  $AB = AB' = 3,3$  cm et  $CB = CB' = 6$  cm.

### Exercice « À toi de jouer »

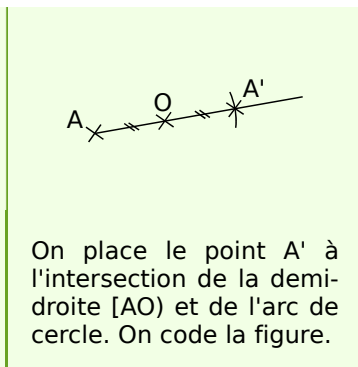
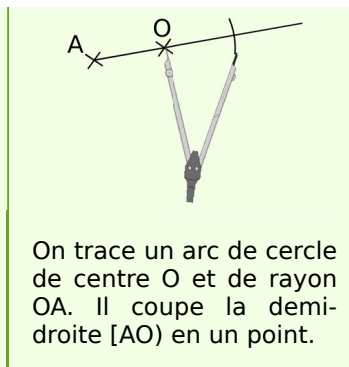
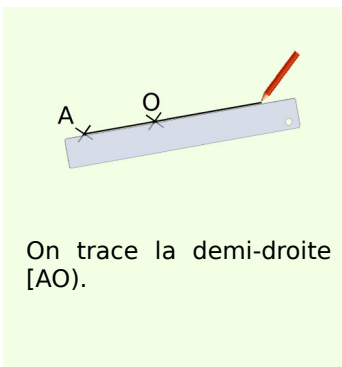
- 3** Trace une droite  $d$  et un point F qui n'est pas sur  $d$ . Trace le cercle de centre F et de rayon 5 cm. Trace son symétrique par rapport à  $d$ .

## Méthode 4 : Construire le symétrique d'un point

### À connaître

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à O lorsque O est le milieu du segment [AA'].

**Exemple :** Trace le point A' tel que les points A et A' soient symétriques par rapport à O.



### Exercice « À toi de jouer »

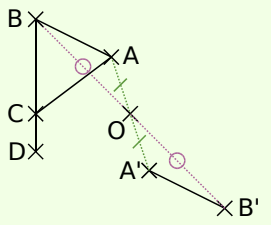
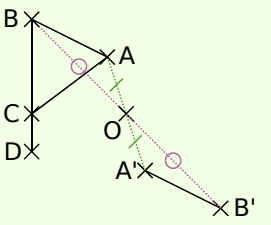
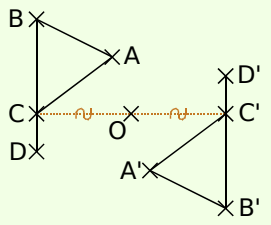
- 4** Trace un segment [AB] de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.
- 5** Trace un segment [RT] de 8,4 cm de longueur, puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.

### Méthode 5 : Construire le symétrique d'une figure

#### À connaître

Deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables après un demi-tour autour de ce point.

**Exemple :** Construis le symétrique de la figure ABCD par rapport au point O.

 <p>On construit les points A' et B', symétriques des points A et B par rapport à O. On trace le segment [A'B'].</p>	 <p>On construit le point D', symétrique du point D par rapport à O. On trace le segment [B'D'].</p>	 <p>On construit le point C', symétrique du point C par rapport à O. On trace le segment [A'C'].</p>
---	--	---

#### Exercice « À toi de jouer »

**6** Trace un rectangle ABCD tel que  $AB = 4$  cm et  $BC = 2,5$  cm. Trace le cercle de centre B passant par C. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point D.

### Méthode 6 : Utiliser les propriétés de la symétrie centrale

(\*\*\*)

#### À connaître

Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même longueur.

Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même mesure.

La symétrie centrale conserve le périmètre et l'aire.

**Exemple :** Un triangle PIC a un périmètre de 16,4 cm. Quel est le périmètre du triangle PI'C' image de PIC par la symétrie de centre P ? Justifie ta réponse.

Les triangles PIC et PI'C' sont symétriques par rapport à un point : ils ont donc le même périmètre, c'est à dire 16,4 cm.

#### Exercice « À toi de jouer »

**7** Les angles  $\widehat{xOy}$  et  $\widehat{x'Oy'}$ , dont les mesures respectives sont  $54^\circ$  et  $55^\circ$ , sont-ils symétriques par rapport au point O ? Justifie ta réponse.

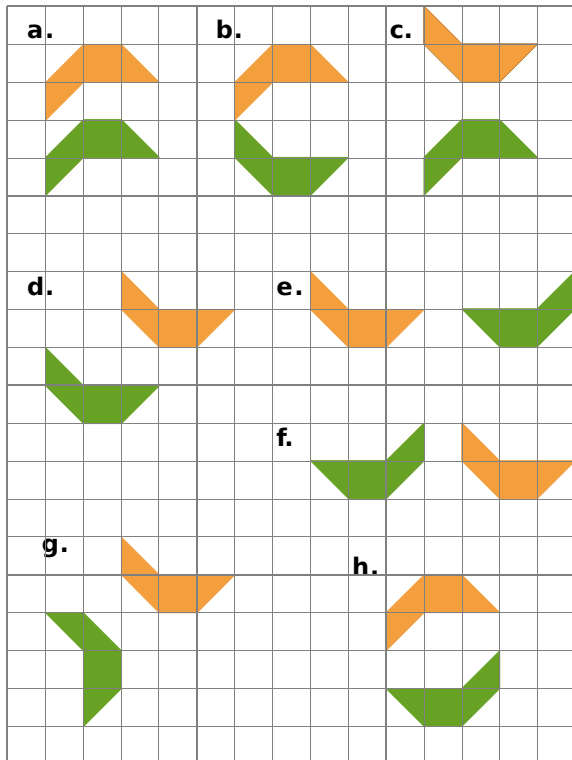
**8** ESV est un triangle rectangle en E. Quelle est la nature du triangle E'S'V' image de ESV par une symétrie centrale ? Justifie ta réponse.



### Symétrie axiale

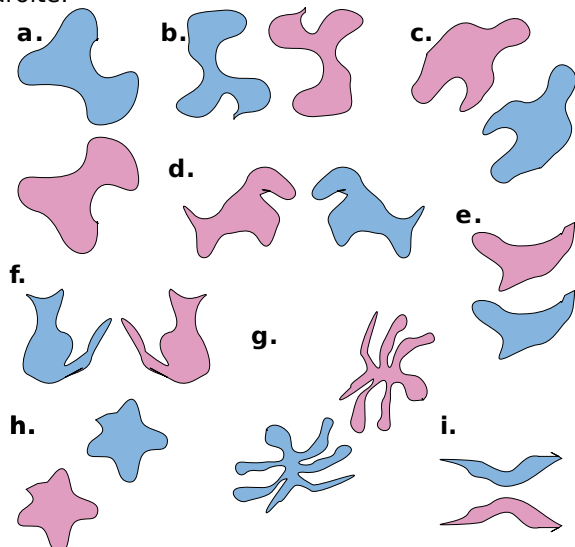
#### 1 Figures symétriques ?

Dans chaque cas, indique si les figures verte et orange sont symétriques par rapport à une droite.



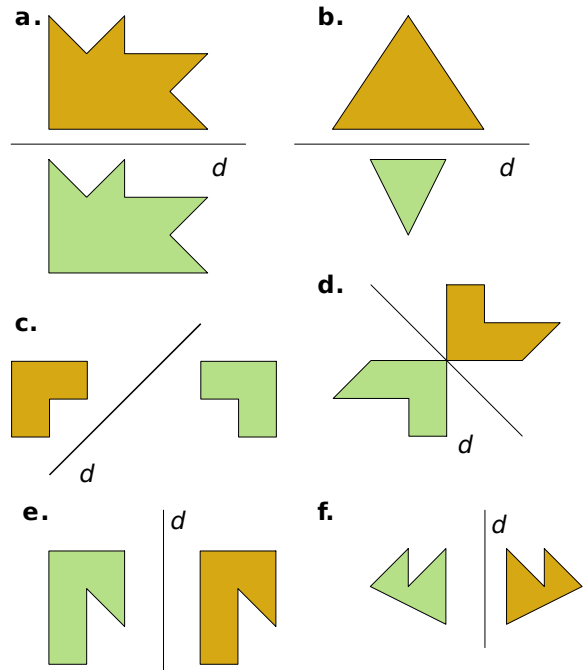
#### 2 Figures symétriques ? (bis)

Dans chaque cas, indique si les figures mauve et bleue sont symétriques par rapport à une droite.



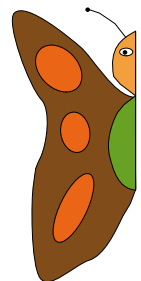
#### 3 Erreurs à trouver

Pourquoi les figures ocre et verte ne sont-elles pas symétriques par rapport à la droite  $d$  ?



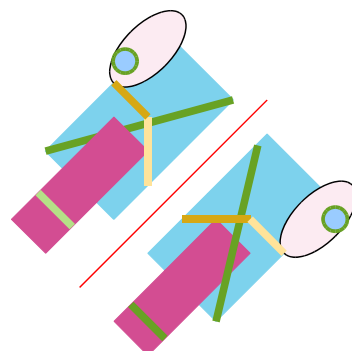
#### 4 Figure à plier

Sur du papier calque, trace une droite rouge. Cette droite partage ton calque en deux. Dessine un motif en t'inspirant du dessin ci-contre sur la première moitié du calque, puis plie ton calque et complète ton dessin pour que ta figure soit symétrique par rapport à l'axe rouge.



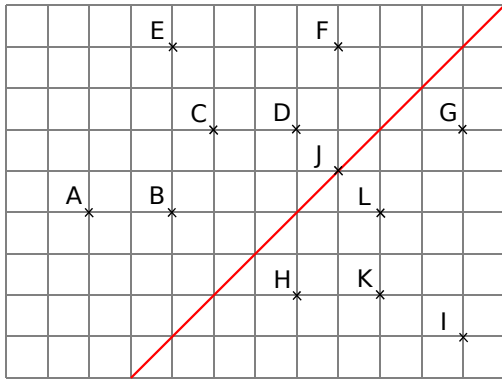
#### 5 Jeu des différences

Retrouve les erreurs qui se sont glissées sur ces deux figures pour qu'elles soient parfaitement symétriques par rapport à la droite rouge.



### 6 Points symétriques

a. Sur la figure ci-dessous, cite les couples de points qui sont symétriques par rapport à l'axe rouge.

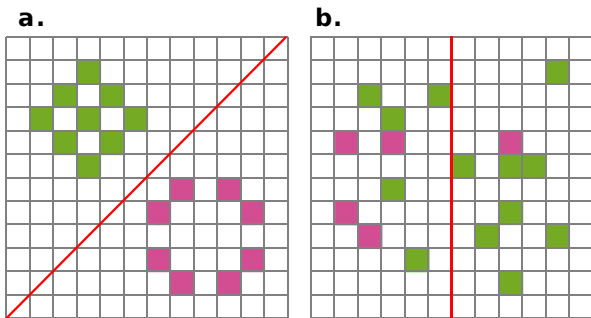


b. Fais trois phrases du type : « L'axe rouge est l'axe de symétrie du segment... ».

c. Reproduis cette figure et complète-la pour que chaque point ait un symétrique.

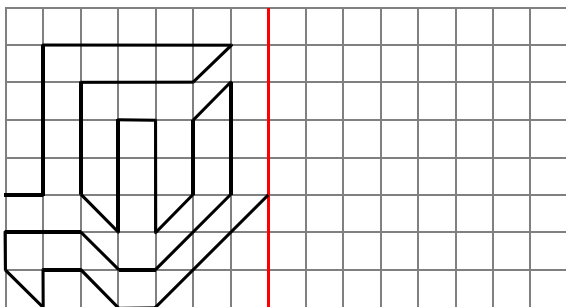
### 7 Cases croisées

Reproduis et colorie le minimum de cases pour que l'axe rouge soit un axe de symétrie.

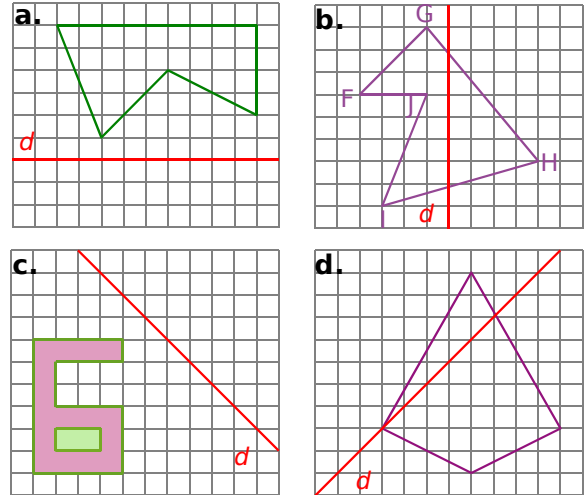


### 8 Frise

Reproduis la figure ci-dessous puis trace son symétrique par rapport à l'axe rouge.



9 Reproduis puis trace le symétrique de chaque figure par rapport à  $d$ .



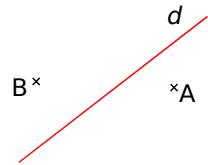
### 10 Symétrie d'un point

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. Construis le symétrique par rapport à  $d$  du point :

- A à la règle et l'équerre ;
- B au compas.

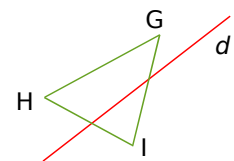
c. Soit H le point d'intersection de (AB) avec  $d$ . Que dire de son symétrique par rapport à  $d$  ?



### 11 Symétrie d'un triangle

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. Construis au compas le symétrique du triangle GHI par rapport à  $d$ .



### 12 Symétrie d'un cercle

a. Trace un cercle de centre G et de rayon 5 cm. Place deux points A et B sur ce cercle non diamétralement opposés.

b. Trace le symétrique de par rapport à (AB).

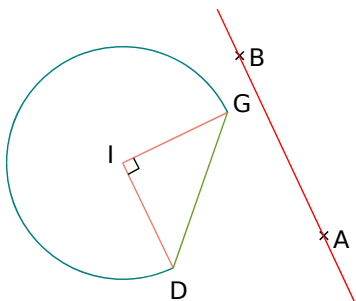
c. Par quels points passent les deux cercles ? Justifie.

d. Que se passe-t-il si A et B sont diamétralement opposés ?

### 13 Symétrie d'une figure

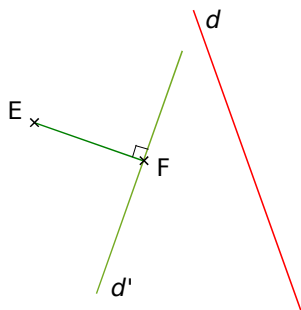
a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.

b. À l'aide d'une règle et d'une équerre, trace le symétrique de cette figure par rapport à la droite (AB).



### 14 À propos des distances

a. Reproduis une figure similaire à celle ci-contre.



b. Trace le symétrique de [EF] par rapport à  $d$ . On le note [E'F']. Que peux-tu dire de la longueur de [E'F'] ? Justifie.

c. Que peux-tu dire du symétrique de  $d'$  par rapport à  $d$  ? Trace alors ce symétrique.

d. Que peux-tu dire du symétrique du cercle de diamètre [EF] par rapport à  $d$  ? Justifie.

### 15 À propos de l'alignement

a. Trace une droite  $d$ . Place trois points A, B et C alignés qui n'appartiennent pas à  $d$ .

b. Construis les points A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à  $d$ .

c. Que dire des points A', B' et C' ? Justifie.

### 16 À propos des milieux

a. Effectue le programme de construction.

- Trace un segment [KL] de longueur 7 cm.
- Place le point M sur [KL] tel que  $LM = 2$  cm.
- Place le milieu I de [ML].
- Place le milieu J de [MK].
- Trace la droite (d), passant par M et perpendiculaire à [KL].
- Trace le symétrique I' de I par rapport à (d) et le symétrique J' de J par rapport à (d).

b. Calcule, en justifiant, la longueur du segment [I'J'].

### 17 À propos du périmètre

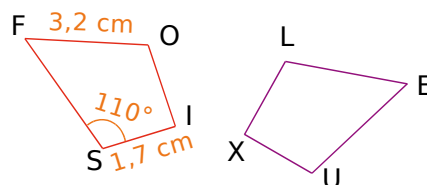
a. Trace un triangle ABC tel que  $AB = 5$  cm,  $AC = 6$  cm et  $BC = 9$  cm sur une feuille blanche. Trace une droite  $d$  parallèle à (BC).

b. Trace au compas le symétrique du triangle ABC par rapport à  $d$ . On le note A'B'C'.

c. (\*\*\*) Quel est le périmètre du triangle A'B'C' ?

### 18 Sans axe

Les deux figures ci-dessous sont symétriques par rapport à une droite.



a. Reproduis et complète le tableau suivant.

Points	F	O	I	S
Symétriques				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

b. (\*\*\*) Quelle est la longueur du segment [LE] ?

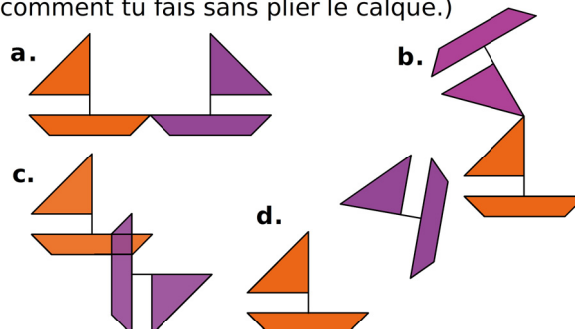
c. (\*\*\*) Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

d. (\*\*\*) Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{XUE}$  ?

e. (\*\*\*) Écris deux autres égalités de mesure d'angles.

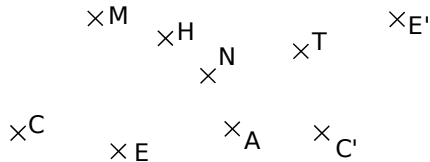
### 19 À la recherche de l'axe

Dans chaque cas, décalque les deux figures puis trace l'axe de symétrie. (Tu expliqueras comment tu fais sans plier le calque.)



### Symétrie centrale

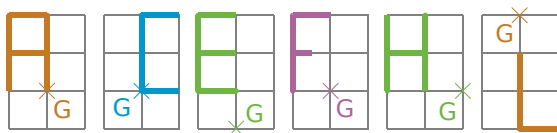
**20** À l'aide de la règle graduée, retrouve, sur la figure ci-dessous, toutes les paires de points qui semblent symétriques par rapport au point N :



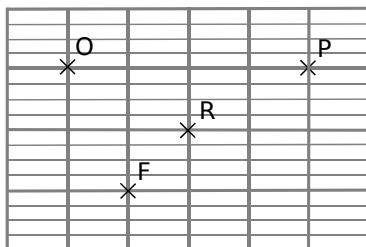
**21** Reforme des phrases correctes en associant les bonnes cases et recopie-les sur ton cahier :

A' est le symétrique du point A par rapport au point O donc ...	A' est le milieu du segment [OA].
O est l'image du point A par la symétrie de centre A' donc ...	A est le milieu du segment [OA'].
Le point A' se transforme en O par la symétrie de centre A donc ...	O est le milieu du segment [AA'].

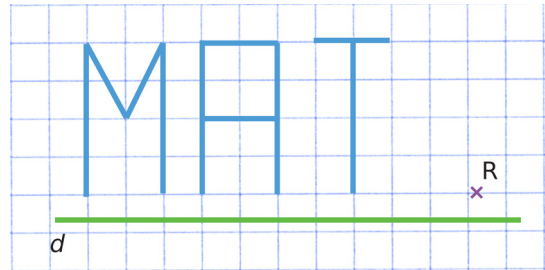
**22** Dans chaque cas, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G :



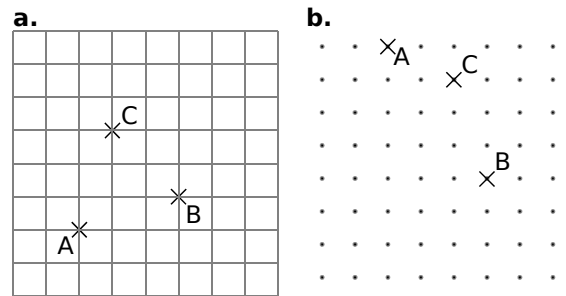
**23** Sur ton cahier, reproduis la figure ci-dessous et construis les symétriques des points P, R et O par rapport au point F :



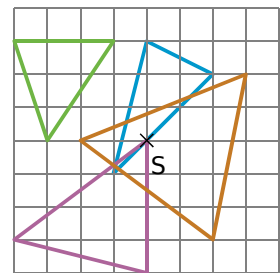
**24** Sur ton cahier, reproduis la figure et construis le symétrique du mot MAT par rapport au point R puis le symétrique du mot obtenu par rapport à la droite d :



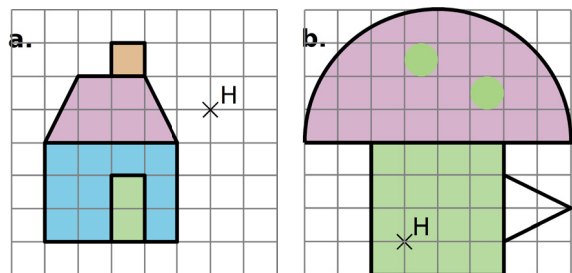
**25** Dans chaque cas, reproduis la figure et construis le point D, symétrique du point A par rapport au point C puis le point E, symétrique du point C par rapport au point B :



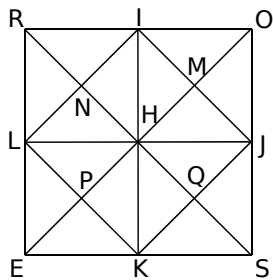
**26** Reproduis séparément chaque triangle sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point S :



**27** Reproduis les figures ci-dessous sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H :



**28** Sur la figure ci-contre, ROSE est un carré de centre H. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [RO], [OS], [SE] et [RE].



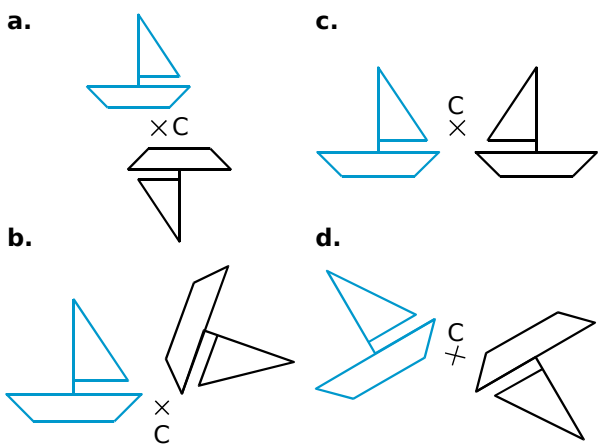
a. Reproduis la figure en prenant  $RO = 8$  cm.

b. Colorie en jaune le triangle RNI.

c. Colorie en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport à la droite (IK) puis en orange le symétrique du triangle RNI par rapport à la droite (LJ).

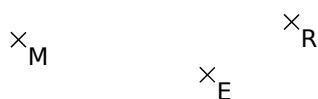
d. Colorie en bleu le symétrique du triangle RNI par rapport au point N puis en vert le symétrique du triangle RNI par rapport au point H.

**29** Dans chaque cas, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point C. Les tracés sont-ils exacts ? Explique pourquoi.

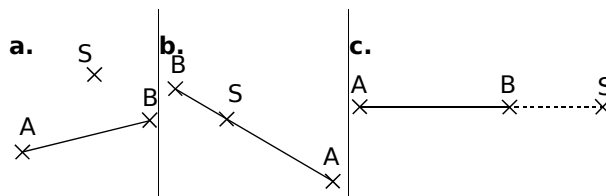


**30** Place trois points A, B et C non alignés tels que  $AB = 5$  cm et  $AC = 3$  cm. Construis, avec seulement la règle graduée, les points B' et C' symétriques respectifs des points B et C par rapport au point A.

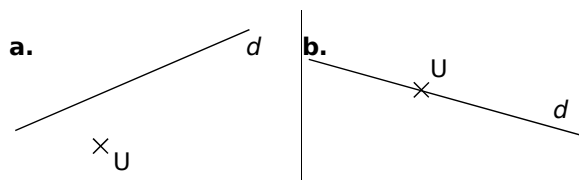
**31** Reproduis la figure ci-dessous et construis, avec la règle non graduée et le compas, les symétriques des points M et R par rapport au point E :



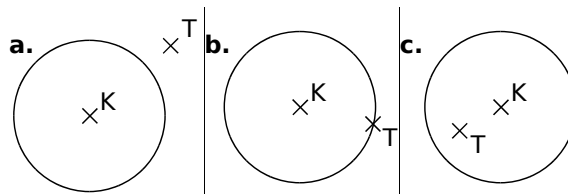
**32** Reproduis chaque figure et construis le symétrique du segment [AB] par rapport au point S :



**33** Reproduis chaque figure et construis le symétrique de la droite d par rapport au point U :



**34** Reproduis chaque figure en prenant 5 cm pour le rayon du cercle puis construis le symétrique du cercle par rapport au point T :



**35** Construis un triangle EFG rectangle en E tel que  $EF = 3$  cm et  $EG = 5$  cm.

a. Place le point M milieu du segment [EF] puis construis les points  $E_1$ ,  $F_1$  et  $G_1$  symétriques respectifs des points E, F et G par rapport au point M.

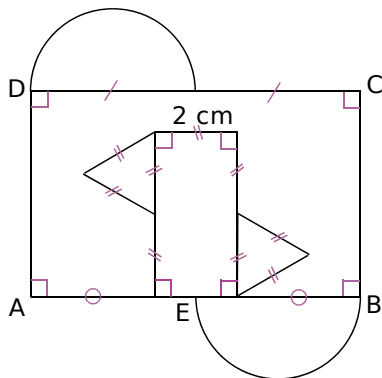
b. Construis les points  $E_2$ ,  $F_2$  et  $G_2$  images respectives des points  $E_1$ ,  $F_1$  et  $G_1$  par la symétrie de centre E.

c. Place le point K milieu du segment [FG] puis construis les points  $E_3$ ,  $F_3$  et  $G_3$  symétriques respectifs des points E, F et G par rapport au point K.

d. Les points  $E_3$ ,  $F_3$  et  $G_3$  sont les images respectives des points  $E_2$ ,  $F_2$  et  $G_2$  par la symétrie de centre O. Quelle semble être la position de ce point O ? Place-le sur ta figure.

### 36 Figures complexes

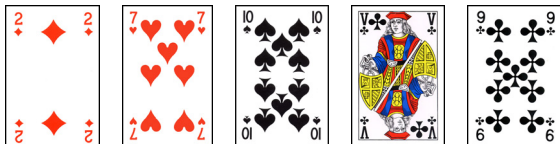
a. Reproduis la figure ci-dessous, en haut à gauche avec  $AB = 8$  cm et  $AD = 5$  cm. Le point E est le milieu du segment  $[AB]$ .



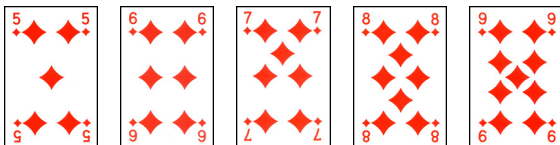
b. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point B.

37 Construis un rectangle MATH tel que  $MA = 5$  cm et  $AT = 7$  cm puis place le point E sur le côté  $[AT]$  tel que  $AE = 2$  cm. Construis en rouge le symétrique du rectangle MATH par rapport au point E.

38 Parmi les cartes ci-dessous, quelles sont celles qui possèdent un centre de symétrie ?



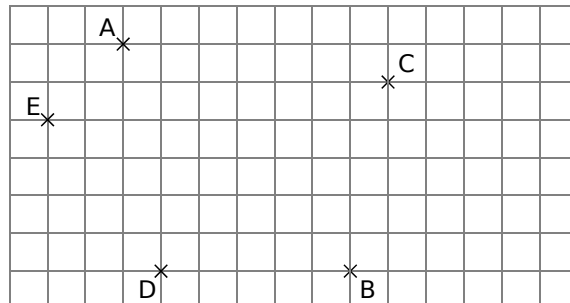
39 Marine affirme que toutes les cartes ci-dessous possèdent un centre de symétrie. A-t-elle raison ? Justifie ta réponse.



40 Reproduis les lettres ci-dessous puis, trace en vert l'axe (ou les axes) de symétrie et en rouge le centre de symétrie de chaque lettre lorsqu'il(s) existe(nt).

A B C D E F G H I

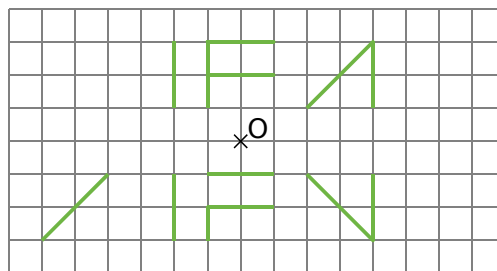
41 Sur la figure ci-dessous, le point B est le symétrique du point A par rapport à O.



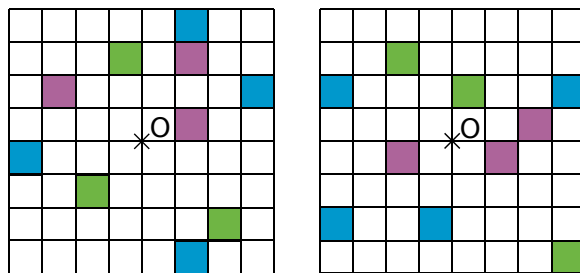
a. Reproduis la figure ci-dessus puis place le point O.

b. En t'aidant du quadrillage, place les points  $C'$ ,  $D'$  et  $E'$  symétriques respectifs des points C, D et E par rapport à O.

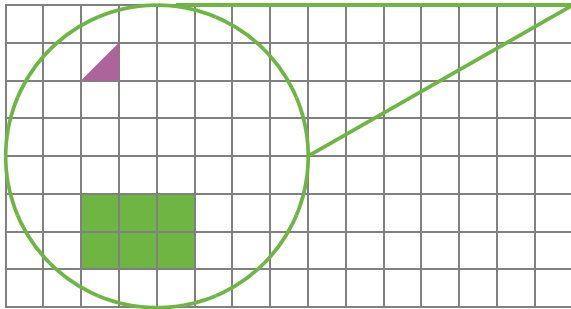
42 Reproduis puis complète la figure ci-contre pour que O soit un centre de symétrie de celle-ci.



43 Reproduis puis colorie le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.



**44** Reproduis la figure ci-dessous et complète-la de telle sorte que le centre du rectangle vert soit le centre de symétrie de la figure.



### 45 Nombres et centre de symétrie

Christian a écrit les chiffres comme ci-dessous :



**a.** Il dit : « Si je fais le double du produit de 17 par 29, j'obtiens le plus grand nombre de trois chiffres différents qui possède un centre de symétrie. ». A-t-il raison ?

**b.** Trouve le plus petit nombre de trois chiffres différents dont l'écriture possède un centre de symétrie. Écris ce nombre et place le centre de symétrie.

**46** Soit un angle  $\widehat{BAD}$  mesurant  $120^\circ$  tel que  $AB = 4$  cm et  $AD = 5$  cm. Soit C un point tel que le quadrilatère non croisé formé par les points A, B, C et D admette un centre de symétrie.

**a.** Trace une figure à main levée.

**b.** Combien y a-t-il de positions possibles pour le point C ? Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.

**c.** Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

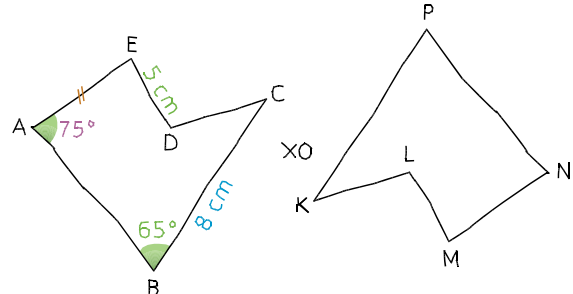
**47 (\*\*\*)** Éric a commencé la phrase suivante :  
« Le symétrique par rapport à O d'un triangle isocèle est ... ».

**a.** Peux-tu compléter sa phrase ?

**b.** Éric a oublié de justifier sa phrase. Fais-le pour lui.

**c.** Écris deux autres phrases du même type en n'oubliant pas de justifier.

**48 (\*\*\*)** On a tracé, à main levée, deux figures symétriques par rapport à O.



**a.** Indique le symétrique par rapport à O de chaque sommet du polygone ABCDE.

**b.** Donne la longueur du segment [PK]. Justifie ta réponse.

**c.** Donne la mesure de l'angle  $\widehat{NPK}$ . Justifie ta réponse.

**d.** De quelles autres informations disposes-tu concernant le polygone KLMNP ? Pourquoi ?

### 49 Histoire d'angles (\*\*\*)

**a.** Construis un angle  $\widehat{xOy}$  mesurant  $74^\circ$  puis place un point A sur [Ox) et un point B sur [Oy).

**b.** Construis les points C et D symétriques respectifs de B et de O par rapport à A.

**c.** Sans utiliser le rapporteur, mais en justifiant les réponses, donne la mesure de l'angle  $\widehat{CDA}$  et compare les mesures des angles  $\widehat{BAO}$  et  $\widehat{DAC}$ .

**d.** Que peut-on dire des droites (BD) et (CO) ? Justifie ta réponse.

### 50 Symétrie et périmètre (\*\*\*)

**a.** Trace un triangle ABC, isocèle en A tel que  $AB = 6$  cm et  $BC = 3$  cm. Place le point I, milieu du segment [BC].

**b.** Construis le point D symétrique du point A par rapport à I.

**c.** Donne les longueurs DB et DC puis le périmètre de ABDC.

**d.** Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifie ta réponse.

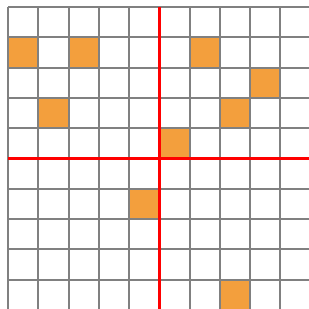
**51 (\*\*\*)** ABC est un triangle tel que  $AB = 4$  cm,  $AC = 5$  cm et  $BC = 6$  cm. I désigne le milieu de [AB] et D le symétrique de C par rapport à I.

**a.** Construis la figure.

**b.** Sans mesurer, mais en justifiant tes réponses, donne les mesures AD et BD.

### 52 Coloriage

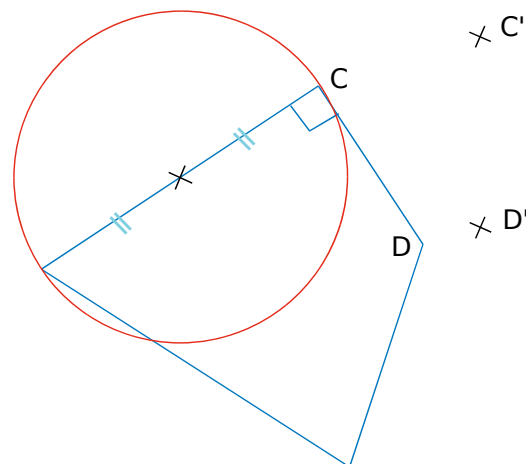
Reproduis et colorie le minimum de cases pour que la figure obtenue soit symétrique par rapport aux deux axes rouges.



### 53 Une nouvelle construction

- Trace à main levée une droite  $d$  puis place deux points  $M$  et  $N$  sur  $d$  et un point  $B$  n'appartenant pas à  $d$ .
- Place, toujours à main levée, le point  $B'$  symétrique de  $B$  par rapport à  $d$ .
- Que peux-tu dire de  $MB$  et  $MB'$  ? Justifie ta réponse et code la figure.
- Que peux-tu dire de  $NB$  et  $NB'$  ? Justifie ta réponse et code la figure.
- Déduis-en une méthode de construction du point  $B'$  avec tes instruments de géométrie.
- Trace la figure avec tes instruments de géométrie.

### 54 L'axe invisible



Reproduis la figure ci-dessus. Les points  $C'$  et  $D'$  sont les symétriques respectifs des points  $C$  et  $D$  par rapport à un axe invisible.

Construis les symétriques du cercle orange et du quadrilatère bleu par rapport à cet axe invisible.

### 55 Mandala

- Dessine un cercle de rayon 6 cm et deux de ses diamètres perpendiculaires. Tu obtiens quatre points sur le cercle. Trace tous les axes de symétrie de cette nouvelle figure. Tu obtiens de nouveaux points sur le cercle.
- Quel polygone obtiens-tu en reliant tous ces points ? Combien a-t-il d'axes de symétrie ? Trace-les tous.
- Poursuis en traçant un cercle de rayon 3 cm de même centre que celui de 6 cm. Reproduis le motif comme indiqué sur la figure 1 puis termine la construction et le coloriage en faisant des symétries successives par rapport aux axes (voir figure 2).

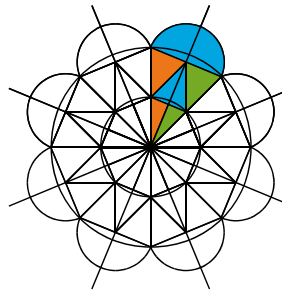


figure 1

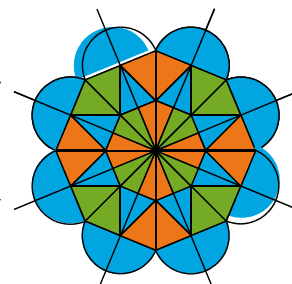


figure 2



## 56 Sans figure

Melinda a réalisé une superbe figure et son symétrique. Malheureusement, elle a perdu sa feuille, mais sur son cahier, elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant :

Points	E	T	R	S	A	C
Symétriques	V	J	I	S	Z	D

Frédérique lui fait remarquer qu'avec un tel tableau, on peut obtenir des indications sans avoir besoin de la figure.

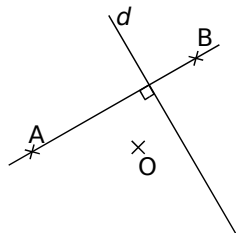
- Quel est le centre de la symétrie ?
- (\*\*\*) On sait que  $ET = 3,4$  cm et  $ZD = 5,1$  cm. Donne les longueurs  $AC$  et  $VJ$ . Justifie.
- (\*\*\*) RSA est un triangle équilatéral de 3 cm de côté. Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la figure ? Justifie.
- (\*\*\*) On sait que  $VJ = JI$ . Quelle est la nature du triangle  $ETR$  ? Pourquoi ?

## 57 Symétrie et repère

- Dessine un repère d'origine  $O$  ayant pour unité le centimètre.
- Place les points :  $I(1; 0)$  ;  $A(2; 3)$  ;  $B(6; -1)$  ;  $C(7; 3)$  ;  $D(-1; 1)$  ;  $E(3; 0)$ .
- Construis les points  $F$ ,  $G$ ,  $H$  et  $K$ , symétriques respectifs de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  par rapport à  $O$ .
- Donne les coordonnées de  $F$ ,  $G$ ,  $H$  et  $K$ . Que remarques-tu ?
- Donne les coordonnées des symétriques par rapport à  $O$  des points  $T(4; -5)$  et  $U(5; 0)$  sans les placer dans le repère.
- Place les points  $M$ ,  $N$ ,  $P$  et  $R$ , symétriques respectifs des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  par rapport à  $E$ .
- Donne les coordonnées de  $M$ ,  $N$ ,  $P$  et  $R$ . La propriété de la question **d.** se vérifie-t-elle ici ? À quelle condition fonctionne-t-elle ?

## 58 Reproduis la figure ci-contre.

- Construis les points  $E$  et  $F$ , symétriques respectifs de  $A$  et  $B$  par rapport à  $O$ .
- (\*\*\*) Que peut-on dire des droites  $(AB)$  et  $(EF)$  ? Justifie ta réponse.
- (\*\*\*) Démontre que les droites  $d$  et  $(EF)$  sont perpendiculaires.



## 59 ( $\geq$ \*\*) Médiatrice et symétrie

- Trace trois droites  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$ , concourantes en un point  $O$  puis place :
  - sur  $d_1$ ,  $A$  et  $A'$  tels que  $OA = OA' = 3$  cm ;
  - sur  $d_2$ ,  $B$  et  $B'$  tels que  $OB = OB' = 4$  cm ;
  - sur  $d_3$ ,  $C$  et  $C'$  tels que  $OC = OC' = 5$  cm.
- Démontre que  $(B'C')$  et  $(BC)$  sont parallèles.
- Construis la médiatrice  $d$  du segment  $[BC]$ .
- Démontre que  $d$  est perpendiculaire à  $(B'C')$ .

## 60 Pentagone et hexagone

### PARTIE A

- Sur un cercle de centre  $O$  et de rayon 4 cm, place un point  $A$  puis quatre autres points distincts :  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$  dans cet ordre tels que les angles  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BOC}$ ,  $\widehat{COD}$ ,  $\widehat{DOE}$  et  $\widehat{EOA}$  mesurent tous  $72^\circ$ .
- Trace le pentagone  $ABCDE$ . Que penses-tu des longueurs des côtés de ce pentagone ? Ce pentagone est appelé un pentagone régulier. A-t-il un centre de symétrie ?

### PARTIE B

- Sur un autre cercle de centre  $O$  et de rayon 4 cm, place six points distincts  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  dans cet ordre tels que les angles  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BOC}$ ,  $\widehat{COD}$ ,  $\widehat{DOE}$ ,  $\widehat{EOF}$  et  $\widehat{FOA}$  mesurent tous  $60^\circ$ .
- Trace l'hexagone  $ABCDEF$ . Que penses-tu des longueurs des côtés de cet hexagone ? Cet hexagone est appelé un hexagone régulier. A-t-il un centre de symétrie ?
- Trace les triangles  $ACE$  et  $BDF$ . Colorie avec plusieurs couleurs la figure en respectant la symétrie.

## 1 Plusieurs symétries de suite...

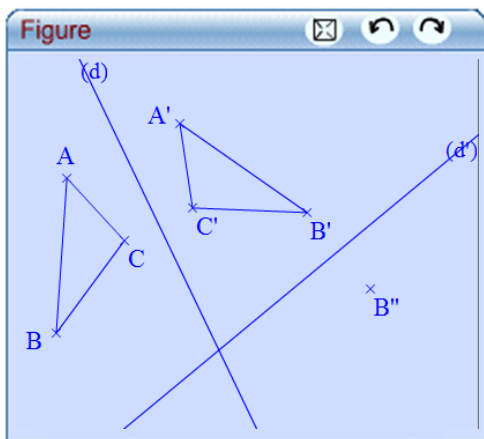
Que se passe-t-il lorsqu'on fait subir à une figure plusieurs symétries axiales, l'une à la suite de l'autre ?

Par exemple, on construit d'abord le symétrique d'une figure par rapport à un axe  $d$ . On obtient une nouvelle figure, et on construit le symétrique de cette nouvelle figure par rapport à une autre droite  $d'$ .

Pour répondre à cette question, répartissez votre groupe en deux sous-groupes. Le premier travaillera avec papier, crayon et instruments de géométrie. L'autre utilisera un logiciel de géométrie dynamique comme TracenPoche.

L'objectif de ce travail est de pouvoir répondre plus précisément aux questions suivantes.

- Que se passe-t-il si  $d$  et  $d'$  sont parallèles ?
- Que se passe-t-il si  $d$  et  $d'$  sont sécantes et non perpendiculaires en un point  $O$  ?
- Que se passe-t-il si  $d$  et  $d'$  sont perpendiculaires ?

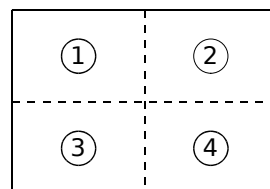


## 2 Pavage rectangulaire

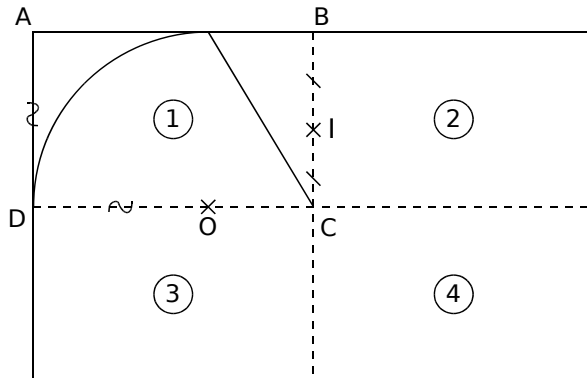
Un pavage est une méthode de remplissage d'un espace à l'aide d'un motif répétitif, sans trou ni débordement.

### 1<sup>re</sup> Partie : Un pavage imposé

a. À partir d'une feuille au format A4, effectuez deux pliages pour obtenir quatre rectangles de même taille comme sur le schéma ci-contre.



b. Sur votre feuille, construisez dans le rectangle ①, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle) : ( $AD = DO$  et  $BI = IC$ )



c. Construisez le symétrique par rapport à  $I$  de la figure tracée dans le rectangle ①. Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

d. Construisez les symétriques par rapport à la droite (DC) des figures des parties ① et ②.

Rassemblez toutes les feuilles du groupe que vous placerez les unes à côté des autres pour former un grand rectangle. C'est un pavage rectangulaire.

### 2<sup>e</sup> Partie : Un pavage libre

À partir de nouvelles feuilles A4, tracez, dans le rectangle ①, un motif géométrique composé de droites, segments ou cercles. Tous les élèves du groupe doivent avoir exactement le même motif.

De la même façon qu'auparavant construisez l'image, par la symétrie de centre  $I$ , de la figure tracée dans le rectangle ① puis l'image, par la symétrie d'axe (DC), des figures tracées dans les rectangles ① et ②.

En regroupant les feuilles, on obtient ainsi un nouveau pavage rectangulaire.

# Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	Sur quelle(s) figure(s) les points A et B sont-ils symétriques par rapport à $d$ ?				
2		A et K sont symétriques par rapport à $d$	C est le symétrique de M par rapport à $d$	ABC et KLM sont symétriques par rapport à $d$	$KL = AB$
3	Dans quel(s) cas les triangles sont-ils symétriques par rapport à un axe ?				
4		Les cercles noir et rouge sont symétriques par rapport à $d$	Le cercle rouge est son propre symétrique par rapport à $d$	Les cercles vert et rouge sont symétriques par rapport à $d$	Les cercles bleu et noir sont symétriques par rapport à $d$
5	Sur quelle(s) figure(s) les points A et B sont-ils symétriques par rapport à O ?				
6	Dans quel(s) cas les triangles sont-ils symétriques par rapport au centre O ?				



## Récréation mathématique

### Optimisation de trajectoire

Dans un jeu vidéo, tu dois diriger ton héros mais les déplacements sont très longs. Ta mission est de partir de la ville V, de passer remplir ta gourde à la rivière et ensuite de rejoindre l'entrée du donjon D. Trace le trajet le plus court pour effectuer ta mission. (Indication : la distance la plus courte entre deux points reste la ligne droite.)  
Ci-contre : la carte qui t'est donnée.

