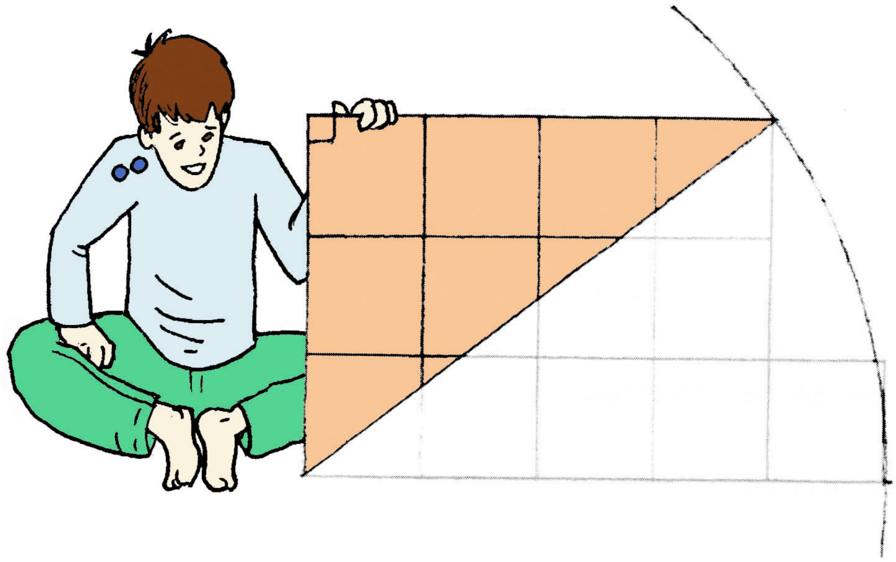
Triangles

11



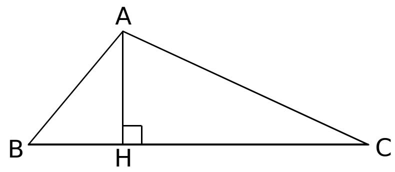
Narration de recherche

Comment pourrais-tu faire pour construire un triangle ABC si tu connais seulement :

- la mesure de deux angles : $\widehat{ABC} = 40°$ et $\widehat{ACB} = 110°$;
- le périmètre du triangle ABC : P = 15 cm ?

Prérequis et activités de découverte

Activité 1 : Du côté des triangles...



1. Donne d'autres écritures de l'angle $\widehat{ABC}$.

2. Quel angle du triangle AHC possède la plus petite mesure ?

3. Dans le triangle ABC, quel est le côté opposé au sommet B ?

4. Dans le triangle AHC, quel est le sommet opposé au côté [HC] ?

5. Quel est l'angle droit du triangle HAB ?

6. Quels sont les noms des trois angles du triangle ACH ?

7. Dans cette figure, quels sont les angles aigus, droits et obtus ?

Activité 2 : Du côté des triangles particuliers...

Romuald doit construire un triangle IJK rectangle en I, Isabelle un triangle EFG isocèle en F et Eddy un triangle équilatéral QRS.

1. Trace trois figures à main levée pour représenter ces triangles. Code-les.

2. Dans le triangle IJK, quel nom donne-t-on au côté [JK] ?

3. Dans le triangle EFG, quelle est la base ? Quel est le sommet principal ? Que peut-on dire des côtés [EF] et [GF] ? Que peut-on dire des angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{FGE}$?

4. Que peut-on dire des côtés du triangle QRS ? Et de ses angles ?

5. En observant le codage, indique la nature des triangles ci-dessous :

Activité 3 : Somme des angles d'un triangle

1. Trace deux triangles quelconques de formes différentes et mesure leurs angles à l'aide d'un rapporteur.

2. Trace un triangle particulier (isocèle, rectangle ou équilatéral) puis mesure ses angles à l'aide d'un rapporteur.

3. Pour chacun des trois triangles tracés, additionne les mesures de ses trois angles. Que remarques-tu ?

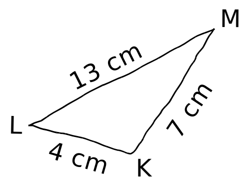
4. Essaie de tracer un triangle dont la somme des angles vaut 220°. Que remarques-tu ?

Activité 4 : Hasardons-nous à construire un triangle

1. Choisis trois nombres compris entre 2 et 15. Note-les sur ton cahier. Effectue un croquis d'un triangle dont les trois nombres choisis sont les mesures de ses côtés (en cm).

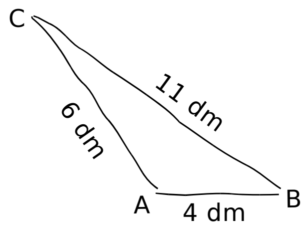
2. Essaie de le construire en vraie grandeur.

3. Penses-tu qu'il soit possible de construire le triangle représenté par le croquis ci-contre ? Justifie.



Activité 5 : Constructible ou non ?

Un professeur demande à ses élèves de construire le triangle ABC donné par le croquis ci-contre. Voici les réponses de quatre élèves :



- Kim dit que le triangle ABC est constructible puisque la figure est tracée.
- Jordan dit que, comme $4 < 6 + 11$, le triangle ABC est constructible.
- Mickaël dit qu'il est d'accord avec Jordan car en plus $6 < 11 + 4$.
- Imad dit que l'inégalité $11 < 6 + 4$ est fausse et que le triangle ABC n'est donc pas constructible.

1. Que penses-tu de chacune des réponses ? Qui a raison ?

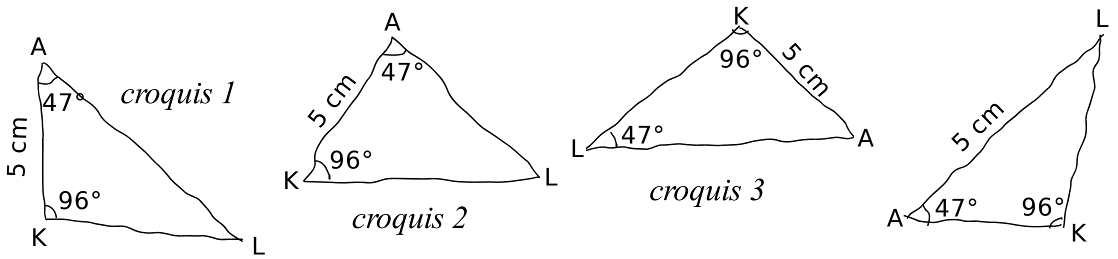
2. Au total, combien d'inégalités ont été proposées par ces élèves ? Pour savoir si le triangle ABC est constructible, faut-il vérifier toutes ces inégalités ?

3. Effectue un croquis d'un triangle non constructible ayant des côtés mesurant 7,5 m, 12 m et une troisième valeur de ton choix, plus grande que les deux autres.

4. Effectue un croquis d'un triangle non constructible ayant des côtés mesurant 6,5 km, 10 km et une troisième valeur de ton choix, plus petite que les deux autres.

Activité 6 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert

1. Voici quatre croquis d'un triangle AKL tel que AK = 5 cm, $\widehat{LAK} = 47°$ et $\widehat{LKA} = 96°$.



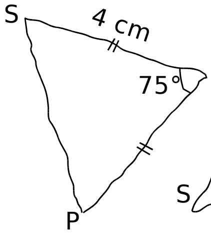
Quels sont les croquis corrects ?

croquis 4

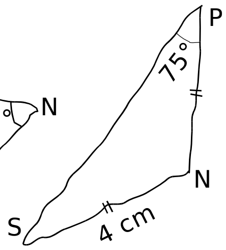
2. Construis le triangle AKL.

Activité 7 : Une figure à main levée... à l'œil ouvert (bis)

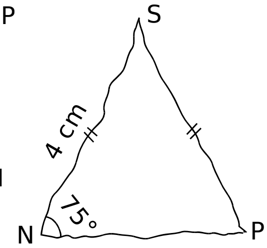
1. Voici cinq croquis d'un triangle NPS isocèle en N tel que NS = 4 cm et $\widehat{SNP} = 75°$



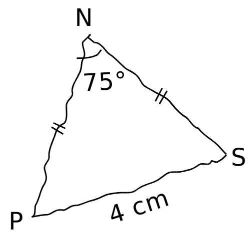
croquis 1



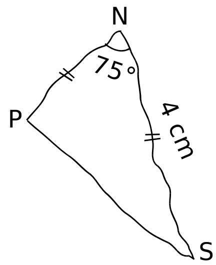
croquis 2



croquis 3



croquis 4



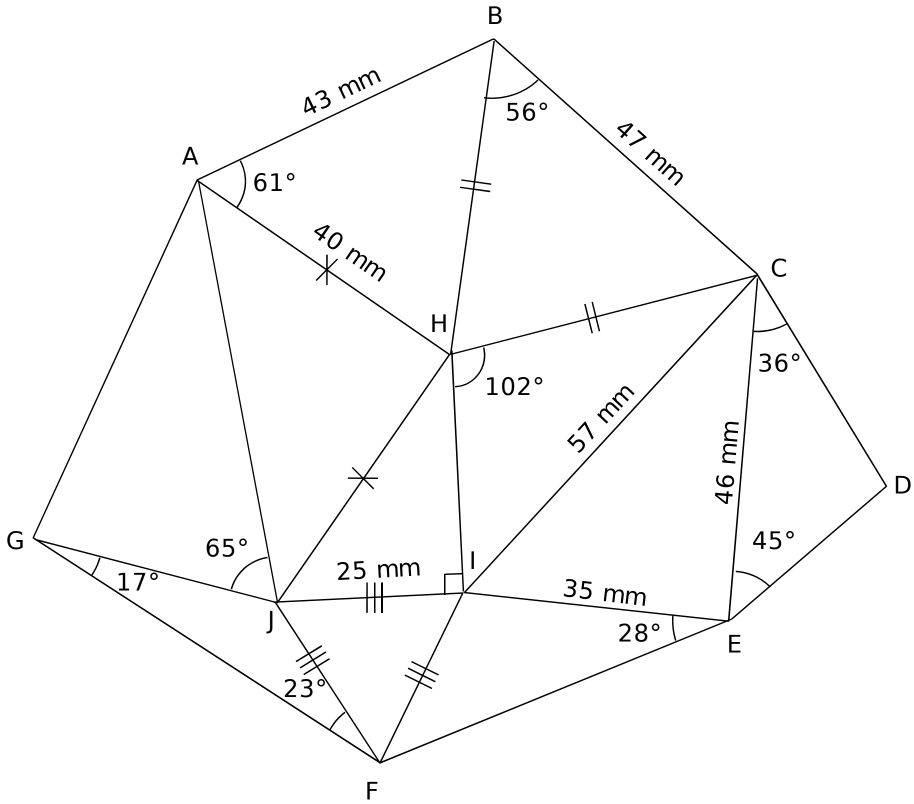
croquis 5

Quels sont les croquis corrects ?

2. En commençant par le segment [NS], construis le triangle NPS.

Activité 8 : Des triangles, beaucoup de triangles

1. Parmi les onze triangles tracés, indique ceux qui sont isocèles, rectangles ou équilatéraux.



2. Construis les triangles suivants : AGJ, AHB, HIC et CED. Que constates-tu ?

Activité 9 : Trois données sont-elles suffisantes ?

1. Trace un triangle EFG tel que $\widehat{EFG} = 48°$, $\widehat{FGE} = 70°$ et $\widehat{GEF} = 62°$. Mesure le périmètre de ce triangle. Obtiens-tu la même valeur que tous les autres élèves de la classe ?

2. Deux triangles pour les mêmes mesures

a. Trace un segment [RS] qui mesure 5 cm et une demi-droite [Sx) telle que $\widehat{RSx} = 50°$.

b. Trace le cercle de centre R et de rayon 4 cm.
Celui-ci coupe la demi-droite [Sx) en deux points que tu nommeras T et U.

c. Quelles mesures sont communes aux triangles RST et RSU ? Combien y en a-t-il ?

3. Trois mesures permettent-elles toujours de construire un triangle unique ? Justifie.

Activité 10 : Un joli cercle d'amis (≥**)

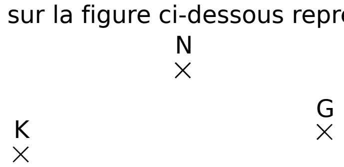
1. Kévin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer à l'ombre. Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l'arrivée soit située à la même distance des deux arbres.

a. Sur ton cahier, place deux points K et N (distant de 4 cm) pour représenter les arbres de Kévin et de Nicolas. Construis ensuite un point à égale distance des deux arbres K et N et places-y un drapeau.

b. Où placer l'arrivée pour que la course soit la plus courte possible ?

c. Si Kévin et Nicolas veulent une course plus longue, où peuvent-ils encore planter le drapeau ? Quel est l'ensemble des points possibles pour l'arrivée ? Trace-le en bleu.

2. Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas au même jeu. Sur ton cahier, place un point G, comme sur la figure ci-dessous représentant l'arbre de Gabin.



a. Trace **en rouge** l'ensemble des points équidistants des arbres de Gabin et de Nicolas.

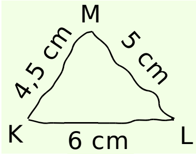
b. Mais Kévin, désormais, s'ennuie. Il propose : « Organisons une course à trois ! ». Où peuvent-ils planter le drapeau ? Pourquoi ?

c. Yann n'a pas d'arbre à lui mais veut aussi courir avec ses amis. Nicolas est catégorique : « Si tu veux jouer avec nous, ton arbre doit être aussi loin du drapeau que les nôtres ! » Place plusieurs points où pourrait être l'arbre de Yann. Où semblent se situer ces points ?

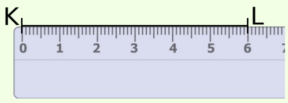
d. Trace l'ensemble des points où pourrait être l'arbre de Yann.

Méthode 1 : Construire un triangle

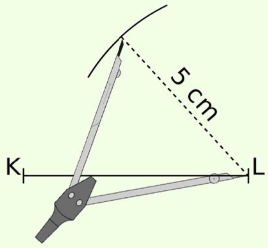
Exemple : Construis un triangle KLM tel que KL = 6 cm ; LM = 5 cm et KM = 4,5 cm.



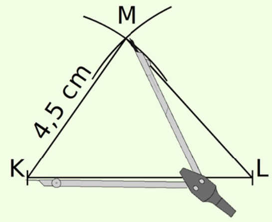
On trace une figure à **main levée**.



On trace un segment [KL] de longueur 6 cm.



Le point M est à 5 cm du point L : il appartient au cercle de centre L et de rayon 5 cm.



Le point M est à 4,5 cm du point K : il appartient au cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.

Exercices « À toi de jouer »

1 Construis un triangle VOL tel que VO = 4 cm ; OL = 6,3 cm et LV = 3,8 cm.

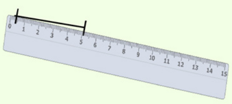
2 Construis un **triangle équilatéral** EAU de 45 mm de côté.

3 Construis le triangle UNO **isocèle** en U avec UN = 8 cm et NO = 3,6 cm.

Méthode 2 : Construire un triangle rectangle

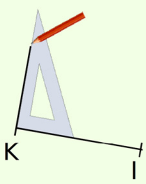
Exemple : Construis un triangle KHI rectangle en K tel que KI = 5 cm et HI = 7 cm.

On trace un segment [KI] de longueur 5 cm.

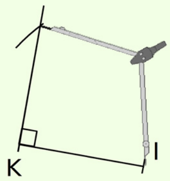


(dessins suivants agrandis)

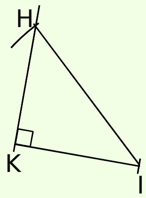
On trace la droite perpendiculaire en K à (KI) et on code l'angle droit.



On trace un arc de cercle de centre I et de rayon 7 cm coupant la perpendiculaire en H.



On trace le segment [HI].



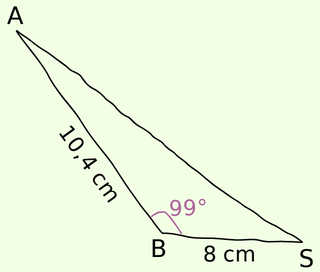
Exercices « À toi de jouer »

4 Construis un triangle MDR rectangle en D tel que MD = 4,2 cm et DR = 7,1 cm.

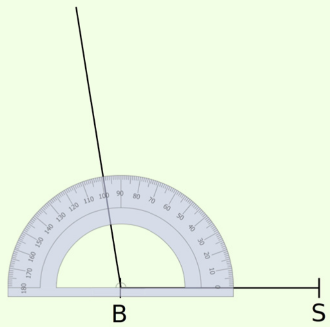
5 Construis un triangle ILE rectangle en E tel que EL = 6,4 cm et LI = 9,3 cm.

Méthode 3 : Construire un triangle connaissant un angle et les longueurs de ses côtés adjacents

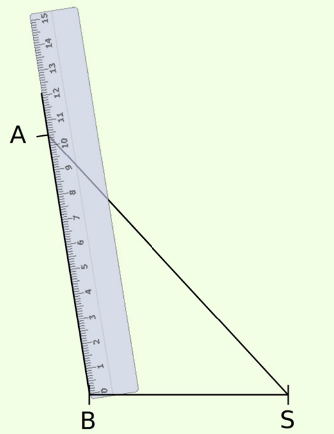
Exemple : Construis un triangle BAS tel que AB = 10,4 cm ; BS = 8 cm et $\widehat{ABS}$ = 99°.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On construit un segment [SB] de 8 cm de longueur. On trace un angle mesurant 99° de sommet B et de côté [BS).



On place le point A sur le côté de l'angle à 10,4 cm du point B.

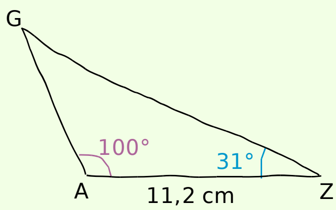
Exercices « À toi de jouer »

6 Construis un triangle LET tel que $\widehat{ETL}$ = 55° ; ET = 5 cm et TL = 4,3 cm.

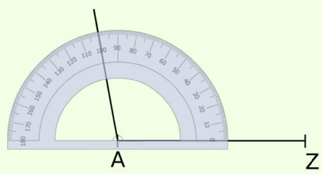
7 Construis un triangle SEL tel que SL = 6,4 cm ; $\widehat{SLE}$ = 124° et LE = 7,9 cm.

Méthode 4 : Construire un triangle connaissant deux angles et la longueur de leur côté commun

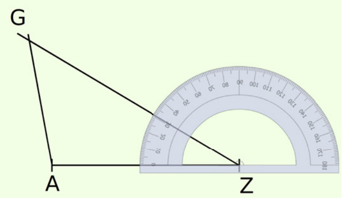
Exemple : Construis le triangle GAZ tel que AZ = 11,2 cm ; $\widehat{GAZ}$ = 100° et $\widehat{AZG}$ = 31°.



On effectue une figure à main levée en respectant la nature des angles (aigu ou obtus).



On trace un segment [AZ] de longueur 11,2 cm. On construit un angle de sommet A, de côté [AZ) et mesurant 100°.



On construit un angle de sommet Z, de côté [ZA) et mesurant 31°. Les côtés des deux angles se coupent au point G.

Exercices « À toi de jouer »

8 Construis le triangle SUD tel que UD = 6 cm ; $\widehat{SUD}$ = 65° ; $\widehat{SDU}$ = 36°.

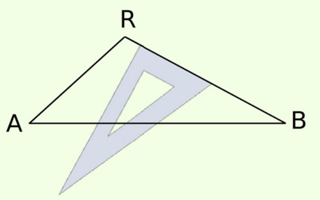
9 Construis le triangle EST tel que ET = 4,6 cm ; $\widehat{SET}$ = 93° et $\widehat{ETS}$ = 34°.

Méthode 5 : Construire les hauteurs d'un triangle

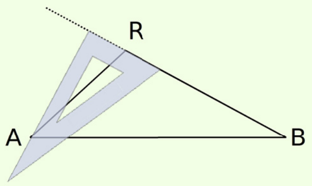
À connaître

Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

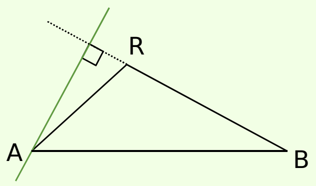
Exemple : Trace la hauteur relative au côté [BR].



On positionne l'équerre perpendiculairement au côté [BR].



On fait glisser l'équerre jusqu'au point A. Il faut parfois prolonger le côté [BR].



La hauteur relative au côté [BR] est la droite perpendiculaire au côté [BR] et passant par A.

Remarque : La hauteur relative au côté [BR], se nomme également la hauteur issue du sommet A.

Exercices « À toi de jouer »

10 Construis le triangle CAR tel que CA = 4,6 cm ; AR = 4,3 cm et $\widehat{CAR}$ = 102° puis trace la hauteur issue de R et celle issue de C.

11 Construis un triangle TAX tel que TA = 6,3 cm ; $\widehat{TAX}$ = 57° et $\widehat{ATX}$ = 63° puis trace ses hauteurs.

12 Construis un triangle BUS tel que BU = 6,4 cm ; US = 4,8 cm et BS = 8 cm. Trace les trois hauteurs de ce triangle.

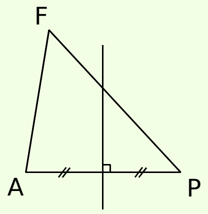
Méthode 6 : Construire le cercle circonscrit à un triangle (≥**)

À connaître

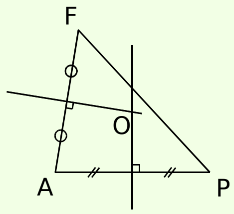
Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont **concourantes**.
Leur point d'intersection est **le centre du cercle circonscrit au triangle**. Ce cercle passe par les trois sommets du triangle.

Remarque : Il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés pour déterminer le centre du cercle circonscrit.

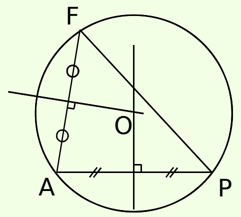
Exemple : Trace le cercle circonscrit au triangle PAF.



On construit la médiatrice du segment [AP].



On construit la médiatrice du segment [FA]. Soit O le point d'intersection des deux médiatrices.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

Exercices « À toi de jouer »

13 Construis le triangle FEU tel que FE = 6 cm ; EU = 3,7 cm et UF = 3,5 cm. Trace le cercle circonscrit au triangle FEU.

14 Construis le triangle EAU et son cercle cirsconscrit sachant que : EA = 6,1 cm ; AU = 3 cm et UE = 4,9 cm.

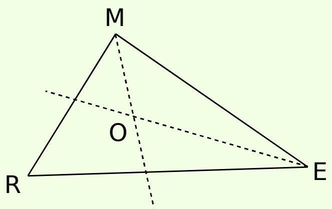
Méthode 7 : Centre du cercle inscrit dans un triangle (≥**)

À connaître

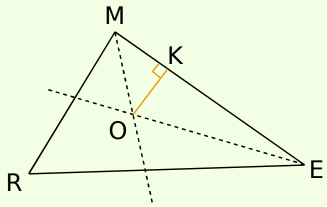
Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.
Leur point d'intersection est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle. Ce cercle est tangent aux trois côtés du triangle.

Remarque : Il suffit de tracer les bissectrices de deux angles pour déterminer le centre du cercle inscrit.

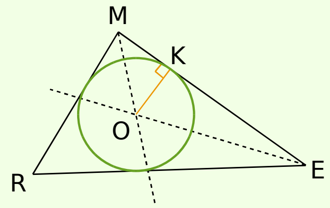
Exemple : Construis un triangle MER et son cercle inscrit de centre O.



On trace les bissectrices de deux des trois angles du triangle MER. Elles se coupent en O, le centre du cercle inscrit.



On trace la perpendiculaire à (ME) passant par le point O. Elle coupe [ME] en K. On obtient ainsi un rayon [OK] du cercle inscrit dans le triangle MER.



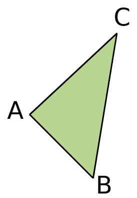
On trace le cercle de centre O passant par K.

Exercices « À toi de jouer »

15 Construis un triangle RAS tel que RA = 7 cm ; AS = 8 cm et RS = 9 cm puis son cercle inscrit.

Autour du triangle

1 Recopie et complète les phrases en utilisant les mots « côté », « sommet », « triangle » et « opposé ».



a. ABC est un ... .

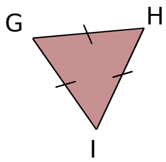
b. [AB] est un ... .

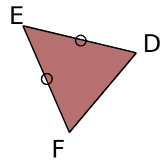
c. C est un ... .

d. [BC] est ... au sommet A.

e. B est le ... ... au ... [AC].

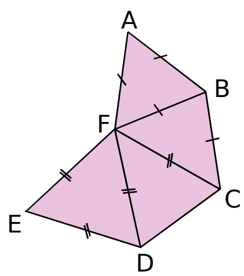
2 *Triangles particuliers*





Quelle est la nature du triangle GHI ? Du triangle DEF ? Justifie tes réponses.

3 *Avec le codage*



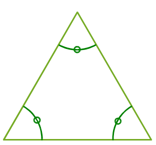
a. Quels sont les triangles équilatéraux ?

b. Quels sont les triangles isocèles que l'on peut tracer en joignant des points de la figure ?

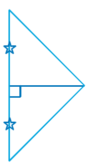
4 *Reconnaître*

Donne, en justifiant, la nature de chacun des triangles s'il est particulier.

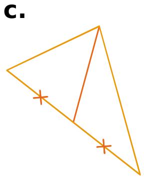
a.



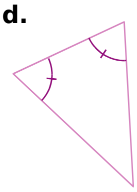
b.



c.

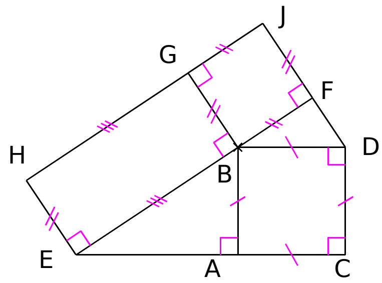


d.



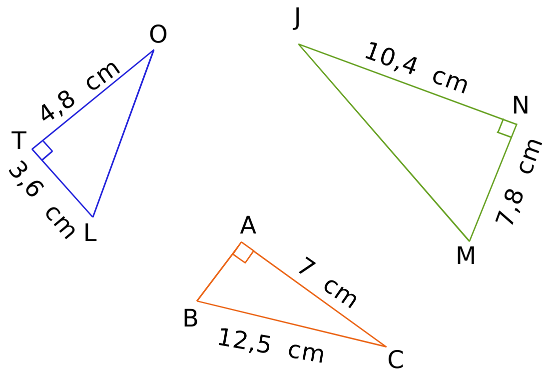
5 *Des triangles et des quadrilatères*

Précise le nom et la nature des triangles et des quadrilatères qui sont tracés sur la figure ci-dessous. Justifie tes réponses.



Constructions

6 Construis les figures suivantes.



7 Dans chaque cas, effectue un croquis puis construis la figure.

a. Trace un triangle FIN rectangle en F tel que FI = 5 cm et NF = 6 cm.

b. Trace un triangle TRS rectangle en S tel que TS = 72 mm et SR = 85 mm.

c. Trace un triangle GLU rectangle en L tel que LG = 8 cm et GU = 10 cm.

8 *Construis...*

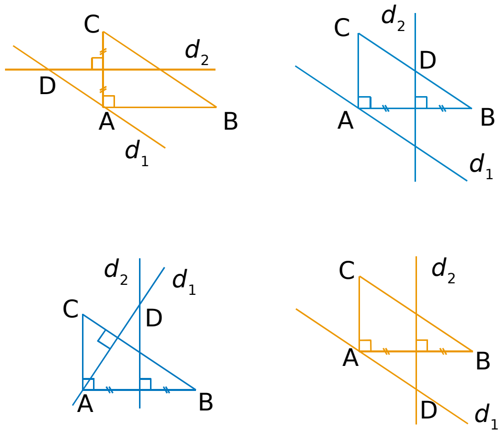
a. Construis un triangle MNO équilatéral de côté 5 cm.

b. Construis un triangle isocèle STU isocèle en S tel que ST = 58 mm et TU = 32 mm.

c. Construis un triangle ABC tel que AB = 6 cm ; BC = 5,2 cm et CA = 42 mm.

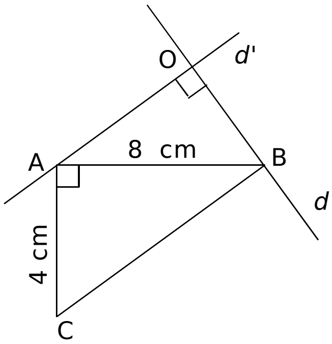
9 *(≥**)* Quelle figure correspond au programme de construction suivant ? Justifie ta réponse.

• Construis un triangle ABC rectangle en A.
• Construis d_1 la parallèle à (BC) passant par A.
• Construis d_2 la médiatrice du segment [AB].
• Place D le point d'intersection des droites d_1 et d_2.



10 *Demandez le programme*

Remets les consignes du programme de construction dans l'ordre.



• Trace la droite *d*' parallèle à (BC) passant par A.

• Nomme O le point d'intersection de *d* et *d*'.

• Trace un triangle ABC rectangle en A, tel que AB = 8 cm et AC = 6 cm.

• Trace la droite *d* perpendiculaire à *d*' et passant par B.

11 *Triangle et losange*

a. Construis un triangle isocèle ABC isocèle en C tel que AB = 3,5 cm et AC = 4,2 cm.

b. Complète la figure avec la construction du point D de sorte que ACBD soit un losange.

c. Construis un triangle équilatéral ABE. Qu'observes-tu ?

12 Trace un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 5 cm et BC = 3 cm et un triangle BCD isocèle en D tel que BD = 3,5 cm.

13 *Le même triangle ?*

a. Trace un triangle TRI tel que $\widehat{TRI} = 45°$ et $\widehat{TIR} = 110°$.

b. Tes camarades obtiendront-ils forcément un triangle identique au tien ?

14 Dans chaque cas, effectue un croquis.

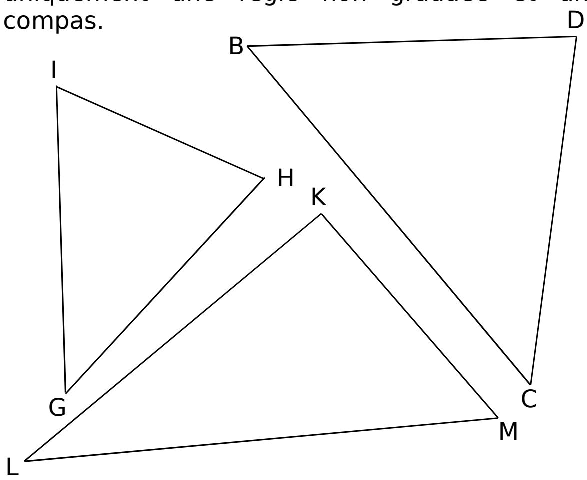
a. SUR est un triangle tel que SU = 4,5 cm, $\widehat{USR} = 60°$ et $\widehat{RUS} = 40°$.

b. QTD est un triangle tel que QT = 10 cm, TD = 7 cm et $\widehat{QTD} = 70°$.

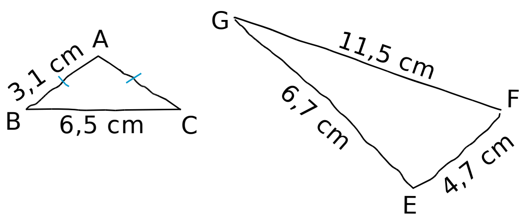
c. MFV est un triangle tel que MF = 9 cm, FV = 12 cm et MV = 6 cm.

15 *Reporter pour reproduire*

Reproduis les triangles suivants en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas.



16 Explique pourquoi il est impossible de construire de tels triangles :



Exercices d'entraînement

17 Après avoir effectué un croquis, construis les triangles suivants :

a. GHI est un triangle tel que GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

b. MNO est un triangle tel que MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO}$ = 48°.

c. DEF est un triangle tel que DE = 8 cm, $\widehat{FDE}$ = 45° et $\widehat{FED}$ = 28°.

18 Dans chaque cas, effectue un croquis.

a. POL est un triangle isocèle en P tel que PO = 14 cm et LO = 5 cm.

b. MER est un triangle équilatéral tel que ME = 5 cm.

c. FAC est un triangle rectangle en C tel que $\widehat{AFC}$ = 50° et CA = 6,5 cm.

19 Dans chaque cas, fais un croquis et construis.

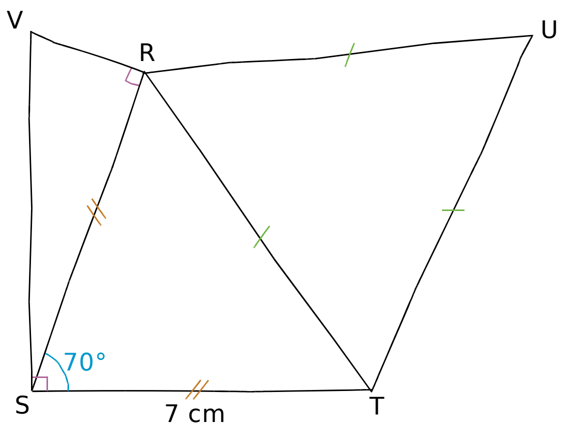
a. VUZ est un triangle isocèle en U tel que VU = 6,5 cm et VZ = 4,5 cm.

b. KGB est un triangle équilatéral tel que KG = 6 cm.

c. CIA est un triangle rectangle en C tel que $\widehat{CIA}$ = 37° et CI = 5,5 cm.

d. RTL est un triangle isocèle en T tel que RT = 8 cm et $\widehat{TRL}$ = 48°.

20 Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure ci-dessous :



Écris ensuite le programme de construction.

21 Dans chaque cas, fais un croquis et construis.

a. EFG est un triangle tel que EF = 7,5 cm, $\widehat{EFG}$ = 49° et $\widehat{EGF}$ = 72°.

b. PLM est un triangle équilatéral de périmètre 15 cm.

c. Le triangle RST est isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que ST = 4 cm.

d. Le triangle AYB est isocèle et rectangle en Y tel que BA = 7 cm.

e. Le triangle OCI est isocèle en I tel que CO = 4,5 cm et $\widehat{CIO}$ = 30°.

Droites remarquables

22 *Hauteurs d'un triangle*

Construis un triangle BON tel que BO = 68 mm, BN = 62 mm et NO = 45 mm.

Trace :

- en noir, la perpendiculaire à (BN) passant par O ;
- en rouge, la perpendiculaire à (NO) passant par B ;
- en vert, la perpendiculaire à (BO) passant par N. Que remarques-tu ?

23 *Hauteur (« relative à » ou « issue de »)*

a. Construis un triangle AVE quelconque puis trace :

- en bleu, la hauteur issue du sommet E ;
- en noir, la hauteur issue du sommet A ;
- en rouge, la hauteur relative à [AE].

b. Observe ces trois hauteurs. Quelle remarque peux-tu faire ?

24 *À l'intérieur ou pas ?*

a. Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus. Trace les hauteurs de ce triangle.

b. Construis un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit un angle obtus. Trace les hauteurs de ce triangle.

c. Construis un triangle GHT rectangle en T. Trace les hauteurs de ce triangle.

d. Observe les trois figures. Quelles remarques peux-tu faire ?

25 *(≥**) Médiatrices dans un triangle*

a. Construis un triangle ABC tel que AB = 5,7 cm, AC = 5,3 cm et BC = 7 cm.

b. Construis les médiatrices des segments [AB] et [CB]. Note O leur point d'intersection.

c. Construis la médiatrice du segment [AC]. Que constates-tu ?

d. Trace le cercle de centre O passant par A. Comment s'appel ce cercle ?

26 *(≥**) Bissectrice dans un triangle*

a. Trace un triangle UST tel que UT = 3 cm ; US = 5 cm et ST = 7 cm.

b. Construis les bissectrices des angles $\widehat{UST}$, $\widehat{UTS}$ et $\widehat{TUS}$.

Que constates-tu ?

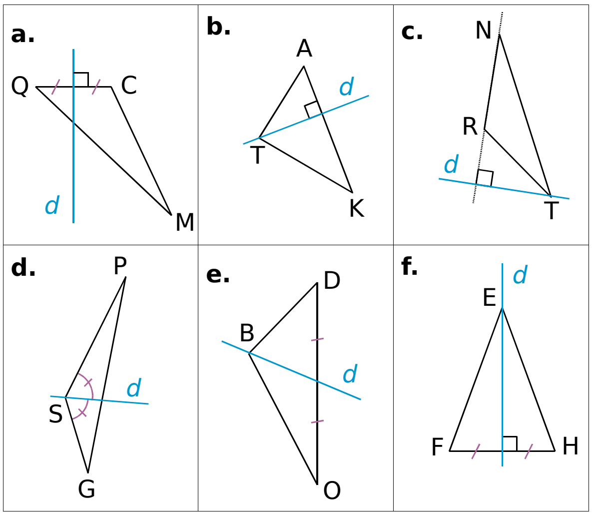
27 *Croquis et codages*

a. Construis le triangle TOC tel que TO = 8 cm, OC = 4,5 cm et CT = 6 cm

b. Trace puis code :

- en rouge, la hauteur issue de O.
- (≥**) en bleu, la médiatrice de [TO] ;
- (***) en noir, la médiane relative à [OC] ;

28 Dans les 6 cas suivants :



Détermine dans quel(s) cas la droite *d* est :

a. une hauteur ;

b. (≥**) une médiatrice ;

c. (≥**) une bissectrice ;

d. (***) une médiane.

29 *Vocabulaire*

a. Construis un triangle BOA tel que BO = 5 cm, OA = 7 cm et AB = 8 cm. Trace la droite d_1 perpendiculaire à [BO] et passant par A.

b. Trace la droite d_2 perpendiculaire au segment [OA] et passant par son milieu.

c. Trace la droite d_3 qui coupe l'angle $\widehat{OBA}$. en deux angles égaux.

d. Trace la droite d_4 qui passe par O et par le milieu de [BA].

e. Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) la hauteur du triangle.

f. (≥**) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une médiatrice.

g. (≥**) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une bissectrice.

h. (***) Détermine quelle(s) droite(s) représente(nt) une médiane.

30 *(***) Médiane*

a. Construis le triangle BOA identique à l'exercice 29.

- la médiane issue de O ;
- la médiane relative au côté [AO] ;
- la médiane issue de A.

b. Observe la figure. Que peux-tu dire de ces trois médianes ?

31 *(≥**) Cercle inscrit*

Dans chaque cas, construis le triangle ABC puis son cercle inscrit.

a. AC = 8 cm, $\widehat{BAC}$ = 60° et $\widehat{ACB}$ = 50°.

b. AC = 10 cm, AB = 8 cm et $\widehat{BAC}$ = 45°.

c. ABC est isocèle en A tel que AB = 9 cm et BC = 6 cm.

d. ABC est un triangle équilatéral de côté 7,5 cm.

32 (≥**) Trace un triangle dont le cercle inscrit a un rayon de 2,7 cm.

33 *Plusieurs triangles*

- RAT est un triangle tel que RA = 7 cm ; TA = 6 cm et $\widehat{RAT} = 40°$.
- RIT est un triangle tel que $\widehat{RTI} = 57°$; $\widehat{TRI} = 82°$.

Dans chaque cas fais un croquis puis construis. Que remarques-tu ?

34 *Triangles et cercle*

Construis un triangle LAC isocèle en C tel que LA = 3 cm et LC = 5 cm.

a. Trace le cercle de centre C passant par A. Que constates-tu ?

b. Construis si possible un triangle ABC équilatéral tel que B appartienne à ce cercle.

35 *(≥**) À partir d'un programme*

Réalise la figure correspondant au programme de construction ci-dessous.

- Trace un triangle ABC rectangle en B avec AB = 4 cm et BC = 6 cm.
- Trace le rectangle ACDE avec AE = 5 cm de telle sorte que B soit un point extérieur à ACDE.
- Trace la droite *d* perpendiculaire à (AB) passant par A.
- Trace *d*' la médiatrice de [DE].
- Place F le point d'intersection de *d* et *d*'.
- Trace la droite *d*'' parallèle à (AC) passant par B.

Que peux-tu dire des droites *d*' et *d*'' ? Justifie ta réponse.

36 *(≥**) Avec des médiatrices*

Construis le triangle ABC tel que AB = 8 cm ; AC = 4 cm et BC = 6 cm.

Trace d_1 la médiatrice de [AB] et d_2 la médiatrice de [BC]. Les droites d_1 et d_2 sont sécantes en O.

Trace d_3 la parallèle à (BC) passant par O.

Que peux-tu dire des droites d_2 et d_3 ?

37 *Avec le périmètre et les angles*

On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent 64° et 46°.

a. Effectues un croquis de ce triangle et calcule la mesure de son troisième angle.

b. Trace un segment [DE] mesurant 16 cm et place A tel que : $\widehat{ADE} = 32°$ et $\widehat{AED} = 23°$ (on a pris les moitiés de 64° et 46°).

c. Place un point B sur le segment [DE] à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment [DE] à égale distance de A et de E. Indique la nature des triangles ABD et ACE.

d. Mesure les angles des triangles ABD et ACE.

e. Compare le périmètre et les angles du triangle ABC avec ceux du triangle cherché.

f. Trace un triangle RST de périmètre 20 cm tel que $\widehat{RST} = 36°$ et $\widehat{STR} = 68°$.

38 *(***) Droite d'Euler*

a. Construis un triangle DOC tel que DO = 8 cm, OC = 6 cm et CD = 5 cm.

b. Construis les hauteurs du triangle DOC issues des sommets D, O et C. Ces hauteurs sont conrourantes. Nomme ce point d'intersection H (ce point est l'orthocentre du triangle).

c. Trouve le centre I du cercle circonscrit du triangle DOC.

d. Construis les trois médianes du triangle DOC. Ces médianes sont concourantes. Nomme ce point d'intersection G (ce point est le centre de gravité du triangle).

e. Vérifie que les points H, I, G sont alignés.

La droite qui passe par ces trois points est appelée la droite d'Euler. C'est le mathématicien Suisse Leonhard Euler (1707 - 1783) qui démontra en premier que ces points étaient alignés.

1 Les apprentis carreleurs

1re Partie : des triangles en or !

a. Effectuez un croquis de deux triangles isocèles différents, tels que :

- le plus grand côté de chacun mesure 8 cm,
- chacun possède au moins un angle de 36°.

b. Construisez ces triangles et numérotez-les :

- le ① n'a que des angles aigus,
- le ② possède un angle obtus.

c. Vérifiez que les petits côtés des triangles ① et ② ont même mesure.

2e Partie : un premier pavage

Les deux questions ci-dessous sont à faire sur deux feuilles de brouillon distinctes.

d. Dans un rectangle de longueur 23 cm et de largeur 15 cm, tracez le maximum de triangles identiques au ① en les plaçant les uns contre les autres astucieusement.

e. En plaçant à nouveau les triangles de la meilleure façon possible, tracez une dizaine de triangles identiques au ②.

3e Partie : un pavage plus complexe

Découpez les triangles tracés dans la seconde partie.

f. En assemblant deux triangles ① et un triangle ②, formez un plus grand triangle. Que peut-on dire du grand triangle ainsi formé ?

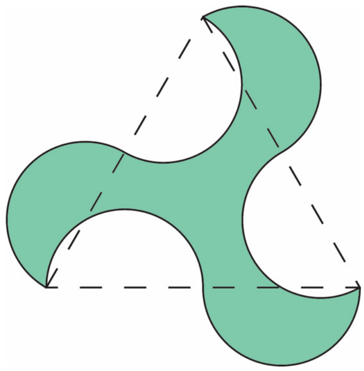
g. Prenez le triangle formé au **f.** et ajoutez trois triangles ① et deux triangles ② afin de former un plus grand triangle encore.

h. Prenez le triangle formé au **g.** puis ajoutez huit triangles ① et cinq triangles ② afin de former un énorme triangle !

2 Pavage par triangles curvilignes

1re Partie : Un triangle curviligne

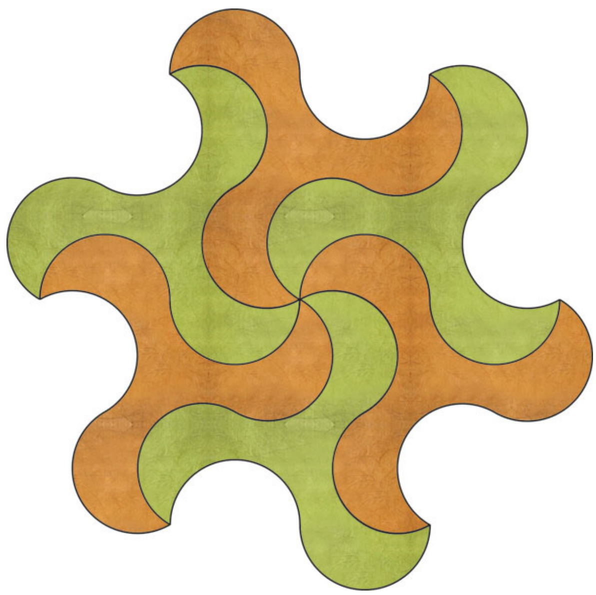
a. Réalisez la figure ci-dessous sachant qu'elle est composée d'un triangle équilatéral de 6 cm de côté et que le diamètre des disques est deux fois plus petits que la longueur d'un côté du triangle.



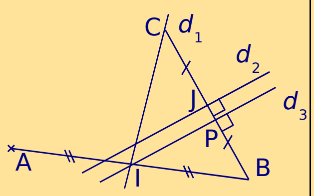
2e Partie : pavage du plan

b. Sur une feuille A4, réalise le maximum de triangles curvilignes en les plaçant les uns contre les autres. Coloriez les figures selon votre inspiration.

c. En plaçant les triangles curvilignes les uns contre les autres, réalisez des frises décoratives et comparez vos résultats avec les autres réalisations.



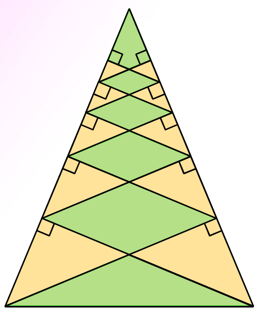
Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Si CA = CB alors...	C est le milieu de [AB]	le triangle ABC est isocèle en A	A et B sont sur un cercle de centre C	le triangle ABC est isocèle en C
2	Un triangle ABC est isocèle en B alors ...	AC = BC	AB = BC	Le plus grand angle est $\widehat{ABC}$	$\widehat{CAB} = \widehat{BCA}$
3	Si RST est un triangle rectangle en T alors ...	RS = ST	(ST) ⊥ (RS)	(ST) ⊥ (TR)	RS > ST et RS > RT
(≥**) 4	Sur la figure ci-dessous,...  AI = IB et CJ = BJ	la droite d_1 est la médiatrice du segment [AB]	la droite d_2 est la médiatrice du segment [CB]	Le triangle BCI est un triangle rectangle	d_3 // (CB)

Récréation mathématique

Belle figure

Construis une figure analogue à partir d'un triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que BC = 10 cm et AC = 14 cm.



Artistes en géométrie

a. Recherche des informations sur le peintre Pietr Mondrian et notamment sur ses œuvres peintes à Paris.

b. Quelles figures géométriques sont souvent visibles dans ses toiles ?

c. À la manière de Mondrian, sur une feuille blanche, trace un cadre avec, à l'intérieur, des droites parallèles verticales et horizontales. Puis colorie en t'inspirant des œuvres de cet artiste.

d. L'artiste Vassily Kandinsky a aussi travaillé à partir de figures géométriques. Cite le nom de certaines de ses œuvres.

e. Recherche d'autres artistes ayant travaillé avec des figures géométriques.