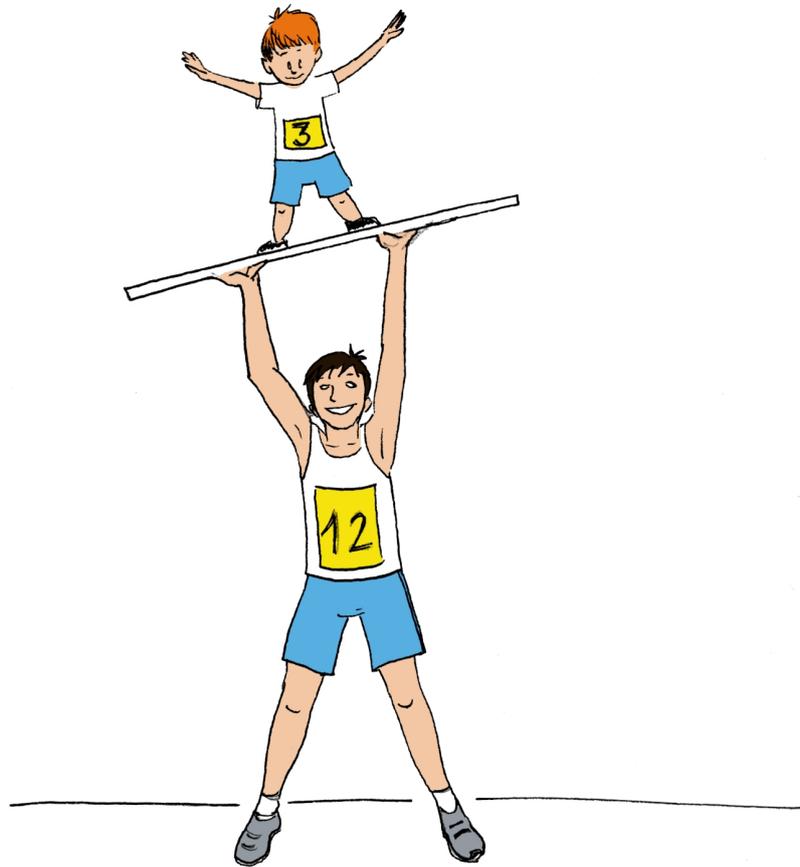


Écriture fractionnaire

8



Narration de recherche

Dans un premier pot, Grand-mère met 6 bonbons à l'orange et 10 au citron.
Dans un deuxième pot, elle met 8 bonbons à l'orange et 14 au citron.
Les bonbons sont de même forme et enveloppés de la même façon.

Comme Grand-mère sait que Julien n'aime pas le goût du citron, elle lui dit :

« Tu peux prendre un bonbon. Je te laisse choisir le pot dans lequel tu pourras glisser ta main, sans regarder à l'intérieur. »

Julien réfléchit bien et choisit enfin le pot où il pense avoir la meilleure chance de prendre un bonbon à l'orange.

À la place de Julien, quel pot aurais-tu choisi ?

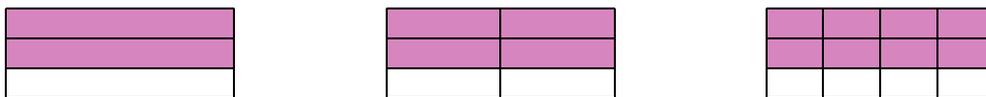


D'après le Rallye Mathématique Transalpin : <http://www.math-armt.org>

Activité 1 : Égalités de fractions

1. De l'observation et de l'imagination...

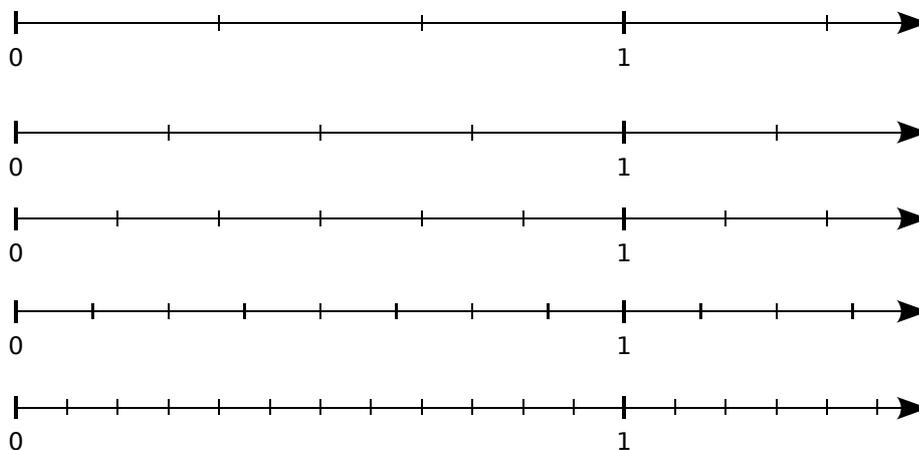
On a représenté ci-dessous trois fois le même rectangle avec la même surface coloriée. Chacun d'entre eux a été partagé en parts égales de différentes façons.



- Pour chacun d'entre eux, quelle fraction du rectangle est coloriée en rose ?
- À l'aide de la question a., complète l'égalité suivante : $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$.
- En utilisant une méthode similaire, écris trois fractions égales à $\frac{10}{12}$.
- Est-il possible de trouver une fraction égale à $\frac{7}{9}$ ayant pour dénominateur 81 ? Ayant pour dénominateur 11 ?

2. Avec des demi-droites graduées (d'après IREM de Bordeaux)

Décalque l'ensemble des demi-droites graduées ci-dessous.



- Choisis la demi-droite graduée qui convient le mieux pour placer chacun des nombres suivants : $\frac{4}{3}$; $\frac{8}{6}$ et $\frac{16}{12}$. Que remarques-tu ?
- Place $\frac{3}{4}$ sur la demi-droite graduée appropriée et déduis-en des fractions égales à $\frac{3}{4}$.
- En t'inspirant de ce qui précède, propose des fractions égales à 2 puis à 5.

3. Avec la définition du quotient

- Calcule les produits suivants.
 $2 \cdot 1,5$; $6 \cdot 1,5$; $8 \cdot 1,5$; $10 \cdot 1,5$; $12 \cdot 1,5$; $22 \cdot 1,5$.
- À l'aide de la définition du quotient, déduis-en des fractions égales à 1,5.

4. Synthèse

À l'aide de ce qui précède, détermine la condition pour que deux fractions soient égales.

5. Des applications

a. Trouve une fraction « plus simple » (c'est-à-dire avec un **numérateur** et un **dénominateur** plus petits) égale à $\frac{35}{14}$.

b. En détaillant ta démarche, détermine une fraction égale à $\frac{5,1}{0,75}$.
Simplifie, si possible, cette fraction.

Activité 2 : Comparer une fraction au nombre 1

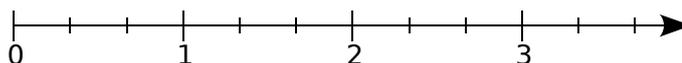
Le professeur Sésamatheux demande à ses élèves de comparer une fraction à 1. Voici la démarche de plusieurs élèves.

1. 1^{ère} démarche

Julie a choisi le nombre en écriture fractionnaire $\frac{3}{4}$. Quelle est l'écriture décimale de ce nombre ? La fraction $\frac{3}{4}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

2. 2^{ème} démarche

Ibrahim a choisi la fraction $\frac{5}{3}$ et décide d'utiliser un axe gradué. Reproduis l'axe gradué ci-dessous et places-y le point A d'abscisse $\frac{5}{3}$. La fraction $\frac{5}{3}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?



3. 3^{ème} démarche

Marcel a choisi la fraction $\frac{3}{8}$. Il a choisi 16 cm comme unité. Trace un segment [AB] de longueur une unité puis repasse en rouge les $\frac{3}{8}$ de ce segment. La longueur du segment rouge est-elle supérieure ou inférieure à l'unité ? La fraction $\frac{3}{8}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

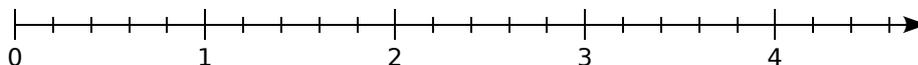
4. 4^{ème} démarche

Roger a choisi la fraction $\frac{7}{4}$. Il a choisi 2 cm comme unité. Trace un segment [CD] de longueur une unité. Trace en bleu un segment de longueur sept fois la longueur du segment [CD] puis coupe le segment bleu en quatre segments de même longueur. La longueur du segment obtenu est-elle inférieure ou supérieure à l'unité ? La fraction $\frac{7}{4}$ est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

5. Conclusion

À partir des différents exemples ci-dessus, peux-tu énoncer une règle pour comparer une fraction à 1 ?

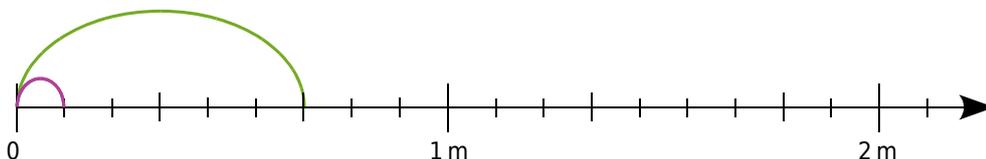
Activité 3 : Comparaisons dans les cas simples



Lola la tortue et Jeannot le lapin décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt $\frac{7}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{12}{5}$ d'unité.

1. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.
2. Lequel des deux a parcouru le plus grand trajet ? Parmi les fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{12}{5}$, quelle est la plus grande ?
3. En t'aidant de la question 2., énonce une règle qui permet de comparer des fractions de même dénominateur.
4. Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{25}{109}$ et $\frac{38}{109}$ puis $\frac{7,9}{23}$ et $\frac{7,09}{23}$.

Activité 4 : Comparaisons dans les cas complexes



Zouzou le kangourou et Charlotte la puce décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Zouzou fait des bonds de $\frac{2}{3}$ de mètre (en vert) tandis que Charlotte fait des bonds de $\frac{1}{9}$ de mètre (en rose).

1. Charlotte a fait 11 bonds tandis que Zouzou n'en a fait que 2. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points C et Z pour indiquer les positions de Charlotte et de Zouzou.
2. Complète les phrases suivantes :
 - « Charlotte a parcouru $\frac{\dots}{9}$ de mètre. »
 - « Zouzou a parcouru $\frac{\dots}{3}$ de mètre, ce qui équivaut à $\frac{\dots}{9}$ de mètre. »
3. En t'aidant de la question 2., indique lequel des deux a parcouru le plus grand trajet. Parmi les fractions $\frac{11}{9}$ et $\frac{4}{3}$, quelle est la plus grande ?
4. Énonce une règle qui permet de comparer des fractions de dénominateurs différents.
5. Applique la règle que tu as trouvée pour comparer $\frac{8}{3}$ et $\frac{39}{15}$ puis $\frac{2,1}{12}$ et $\frac{6,03}{36}$.

Activité 5 : Premières multiplications avec le nombre fraction

1. Effectue chacun des calculs suivants.

a. $(6 \cdot 5) : 4$

b. $6 \cdot (5 : 4)$

c. $(6 : 4) \cdot 5$

Que remarques-tu ?

2. Regroupe les écritures qui correspondent à un même nombre dans la liste ci-dessous.

$5 \cdot \frac{9}{2}$; $\frac{2 \cdot 9}{5}$; $5 \cdot \frac{2}{9}$; $9 \cdot \frac{2}{5}$; $\frac{5 \cdot 2}{9}$; $2 \cdot \frac{5}{9}$; $9 \cdot \frac{5}{2}$.

3. On veut maintenant déterminer le produit de 1,4 par $\frac{3}{5}$, soit $1,4 \cdot \frac{3}{5}$.

a. Calcule $\left(1,4 \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot 5$ et utilise alors la définition d'un quotient pour montrer que le produit $1,4 \cdot \frac{3}{5}$ est le quotient de $(1,4 \cdot 3)$ par 5.

b. En t'aidant de ce qui précède, justifie les égalités : $1,4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{1,4 \cdot 3}{5} = \frac{1,4}{5} \cdot 3$.

4. Dédus des questions précédentes trois méthodes différentes pour calculer le produit d'un nombre décimal par une fraction.

Quelle que soit la méthode utilisée, par quel nombre divise-t-on toujours ?

Activité 6 : Prendre une fraction d'une quantité

1. C'est pas de la tarte !

a. Florence a acheté une tarte de 400 g qu'elle a partagée en huit parts égales. Très gourmande, elle en a mangé les trois huitièmes. Calcule la masse d'une part de tarte et déduis-en la quantité, en grammes, mangée par Florence.

b. Pour fêter son anniversaire, Patrice a acheté trois tartes identiques à celle de Florence. À la fin de la fête, il annonce fièrement : « J'ai mangé le huitième des tartes ! ». Quelle quantité de tarte, en grammes, a-t-il mangée ?

c. Quelle autre opération permet de retrouver les réponses précédentes ?
Complète alors : « Prendre les $\frac{3}{8}$ de 400 revient à ... ».



Copyright Manuel Flury
Wikimedia commons
Licence GNU-FDL 1.2

2. Histoire de sous...

Mario devait 5 sésames (monnaie utilisée en Sésamathie, pays des sésamatheux) à Bastien. Comme il ne les a pas rendus en temps et en heure, Bastien lui réclame des intérêts en lui demandant maintenant de lui donner les sept tiers de cette somme.

a. Mario se dit que « prendre 7 tiers de 5, c'est prendre 7 fois le tiers de 5. Or le tiers de 5, c'est le quotient de 5 par 3, soit exactement... ».

Poursuis son raisonnement pour déterminer la somme exacte à rembourser

b. Complète : « Prendre les $\frac{7}{3}$ de 5 revient à ... ».

Activité 7 : Quelques applications

1. Question de méthode !

a. Calcule chacun des produits suivants de trois façons différentes.

$$\bullet \quad 8 \cdot \frac{7}{4}$$

$$\bullet \quad 2,5 \cdot \frac{2}{5}$$

$$\bullet \quad \frac{12}{6} \cdot 9$$

Dans chaque cas, y a-t-il une méthode plus simple que les autres ? Explique.

b. Pour trouver une écriture décimale exacte de $21 \cdot \frac{3}{7}$, Chloé affirme qu'on ne peut pas utiliser l'une des méthodes. A-t-elle raison ? Explique.

c. Choisis la méthode qui te semble la plus astucieuse pour calculer les produits suivants.

$$\bullet \quad 1,89 \cdot \frac{100}{9}$$

$$\bullet \quad 15 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\bullet \quad 45 \cdot \frac{8}{4}$$

d. On voudrait trouver la valeur exacte de $5 \cdot \frac{7}{3}$. Calcule ce produit en utilisant les trois méthodes. Quelle réponse donnerais-tu à la question posée ?

2. Multiplier par 0,1 ; par 0,01 ; ...

a. En remplaçant 0,1 par une fraction décimale, calcule $5,4 \cdot 0,1$. De la même façon, calcule $0,791 \cdot 0,001$ puis $2\,009 \cdot 0,01$.

b. Quelle autre opération peut-on effectuer à la place d'une multiplication par 0,1 ? Par 0,01 ? Et par 0,001 ?

3. Des conversions

a. Complète : $56,5 \text{ cm} = 56,5 \cdot \dots \text{ cm} = 56,5 \cdot \frac{1}{\dots} \text{ m} = \left(56,5 \cdot \frac{1}{\dots}\right) \text{ m} = \frac{\dots}{\dots} \text{ m} = \dots \text{ m}$.

b. En reproduisant un raisonnement du même type, convertis 87,2 mm en m.

Activité 8 : Appliquer un taux de pourcentage

1. Un commerçant consent une remise de 18 % sur tous ses articles.

a. Combien représente cette remise sur un article valant 100 CHF au départ ? Même question pour un article valant 1 CHF puis pour un article valant 135 CHF au départ.

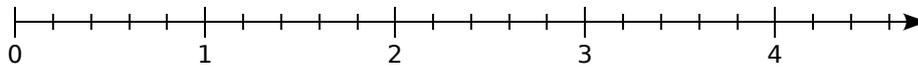
b. Par quel nombre faut-il multiplier le prix de départ d'un article (en CHF) pour connaître le montant de la remise (en CHF) ? (Tu donneras ce nombre sous la forme d'une fraction décimale.)

c. Complète : « Prendre 18 % d'un nombre revient à ... ».

2. Dans un magasin, un article coûte 240 CHF. Calcule le montant de la remise lorsque celle-ci est de 50 %. Que remarques-tu ? À quelle fraction du prix de cet article correspond cette remise ? Mêmes questions pour une remise de 25 % puis de 75 %.

3. Dans un autre magasin, on accorde 16 % de remise sur un article coûtant 300 CHF. Détermine astucieusement le montant de cette remise.

Activité 9 : Additions et soustractions dans les cas simples (***)



Lola la tortue et Jeannot le lapin décident de faire une course sur la demi-droite graduée ci-dessus. Le point de départ est l'origine de la demi-droite. Lola parcourt $\frac{9}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{4}{5}$ d'unité de plus que Lola.

1. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

2. Écris le calcul à effectuer pour trouver la position de Jeannot puis, à l'aide de la demi-droite graduée, donne le résultat de ce calcul.

Lola, revancharde, propose à Jeannot de recommencer la course. Lors de cette seconde épreuve, Lola parcourt $\frac{11}{5}$ d'unité et Jeannot parcourt $\frac{2}{5}$ d'unité de moins que Lola.

3. Reproduis la demi-droite graduée ci-dessus puis places-y les points L et J pour indiquer les positions de Lola et de Jeannot.

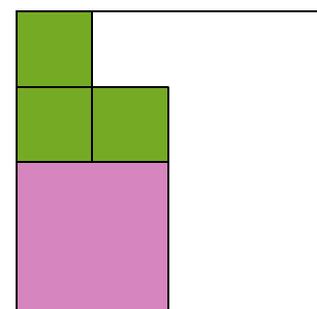
4. Écris le calcul à effectuer pour trouver la position de Jeannot puis, à l'aide de la demi-droite graduée, donne le résultat de ce calcul.

5. En t'aidant des questions **2.** et **4.**, énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de même dénominateur.

Activité 10 : Additions et soustractions dans les cas complexes (***)

1. Complète par des fractions les phrases suivantes :

- L'aire de la région verte représente $\frac{3}{\dots}$ de l'aire totale.
- L'aire de la région rose représente $\frac{1}{\dots}$ de l'aire totale.



2. Écris le calcul à effectuer pour obtenir l'aire que représente la région coloriée par rapport à l'aire totale.

3. Reproduis le carré ci-contre puis effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.

4. Complète l'égalité suivante : $\frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \frac{\dots}{\dots}$.

5. Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?

6. Énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de dénominateurs différents.

7. Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant : $\frac{2}{5} + \frac{1}{30}$.

Méthode 1 Reconnaître des écritures fractionnaires égales

À connaître

Un quotient ne change pas quand on **multiplie** ou qu'on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k} \text{ où } a, b \text{ et } k \text{ sont des nombres, avec } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0.$$

Exemple 1 : Montre que $\frac{5}{7}$ et $\frac{40}{56}$ représentent un même nombre.

On sait que $5 \cdot 8 = 40$ et que $7 \cdot 8 = 56$.

En multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre, on obtient

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{40}{56}, \text{ ce qui signifie que } \frac{5}{7} \text{ et } \frac{40}{56} \text{ représentent le même nombre.}$$

Exemple 2 : Parmi $\frac{21}{27}$; $\frac{56}{81}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{48}{63}$ et $\frac{23,1}{29,7}$, relève les nombres égaux à $\frac{7}{9}$.

$$\bullet \frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{21}{27} \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{21}{27}. \quad \bullet \frac{0,7}{0,9} = \frac{0,7 \cdot 10}{0,9 \cdot 10} = \frac{7}{9} \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{0,7}{0,9}.$$

$$\bullet \text{ On remarque que } 7 \cdot 8 = 56 \text{ et que } 9 \cdot 8 = 72 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{56}{72} \text{ et } \frac{7}{9} \neq \frac{56}{81}.$$

$$\bullet \text{ On remarque que } 9 \cdot 7 = 63 \text{ et que } 7 \cdot 7 = 49 \text{ donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{49}{63} \text{ et } \frac{7}{9} \neq \frac{48}{63}.$$

$$\bullet \text{ On détermine le nombre qui multiplié par } 7 \text{ donne } 23,1. \text{ Ce nombre est } \frac{23,1}{7}.$$

En effectuant la division, on trouve $23,1 : 7 = 3,3$. Or $9 \cdot 3,3 = 29,7$

$$\text{donc } \frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 3,3}{9 \cdot 3,3} = \frac{23,1}{29,7}.$$

Les écritures fractionnaires de la liste égales à $\frac{7}{9}$ sont donc $\frac{21}{27}$; $\frac{0,7}{0,9}$; $\frac{23,1}{29,7}$.

À connaître

Amplifier une fraction consiste à obtenir une fraction égale en multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre entier non nul.

Simplifier ou **réduire** une fraction consiste à obtenir une fraction égale en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre entier non nul.

Une fraction est **irréductible** si on ne peut plus la simplifier.

Exemple 3 : Rend la fraction $\frac{48}{60}$ irréductible.

On utilise les critères de divisibilité connus et les tables de multiplication.

• Le chiffre des unités de 48 est 8 et celui de 60 est 0 donc 48 et 60 sont divisibles par 2. Ainsi $\frac{48}{60} = \frac{2 \cdot 24}{2 \cdot 30} = \frac{24}{30}$. On dit qu'on a **simplifié** la fraction $\frac{48}{60}$ par 2.

• On remarque que 24 et 30 sont des multiples de 6. On peut donc encore simplifier la fraction par 6. Ainsi $\frac{24}{30} = \frac{6 \cdot 4}{6 \cdot 5} = \frac{4}{5}$.

Une fraction plus simple égale à $\frac{48}{60}$ est donc par exemple $\frac{24}{30}$ ou encore $\frac{4}{5}$.

$\frac{4}{5}$ n'est plus simplifiable. C'est la fraction irréductible égale à $\frac{48}{60}$.

Exemple 4 : Écris 2,5 sous la forme d'une fraction irréductible.

$$2,5 = \frac{25}{10} = \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{2}$$

Exercices « À toi de jouer »

- 1 Parmi les nombres $\frac{45}{27}$; $0,05$; $\frac{54}{33}$; $\frac{90}{54}$ et $\frac{40}{25}$, relève ceux qui sont égaux à $\frac{5}{3}$.
- 2 Trouve une fraction égale à chaque fraction de la liste : $\frac{40}{90}$; $\frac{18}{72}$; $\frac{16}{24}$ et $\frac{125}{75}$.
- 3 Rend irréductible les fractions : $\frac{27}{36}$, $\frac{75}{30}$, $\frac{45}{39}$.
- 4 Simplifie $\frac{20}{12}$ puis trouve un autre quotient égal dont le dénominateur est 21.
- 5 Écris les nombres suivants sous la forme d'une fraction irréductible :
 - a. 0,5
 - b. 1,5
 - c. 0,8

Méthode 2 : Comparer

À connaître

Pour **comparer des nombres en écriture fractionnaire**, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors il est supérieur à 1. Si son numérateur est inférieur à son dénominateur alors il est inférieur à 1.

Exemple : Compare les fractions $\frac{12}{4}$ et $\frac{57}{20}$.

$$\frac{12}{4} = \frac{12 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{60}{20} \longrightarrow \text{On écrit la fraction } \frac{12}{4} \text{ avec le dénominateur } 20.$$

$$60 > 57 \longrightarrow \text{On compare les numérateurs.}$$

$$\text{d'où } \frac{60}{20} > \frac{57}{20} \longrightarrow \text{On range les expressions fractionnaires dans le même ordre que leurs numérateurs.}$$

$$\text{Donc } \frac{12}{4} > \frac{57}{20} \longrightarrow \text{On conclut.}$$

Exercices « À toi de jouer »

- 6 Range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{21}{18}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{10}{9}$.
- 7 Range dans l'ordre décroissant les nombres : $\frac{6}{13}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{17}{7}$.

Méthode 3 : Prendre une fraction d'une quantité

À connaître

Pour multiplier un nombre décimal a par une fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$),

- on calcule le quotient $b : c$ puis on multiplie le résultat par a ;
- ou on calcule le produit $a \cdot b$ puis on divise le résultat par c ;
- ou on calcule le quotient $a : c$ puis on multiplie le résultat par b .

Remarque : Peu importe la méthode, on divise toujours par le dénominateur de la fraction.

Exemple 1 : Calcule $45 \cdot \frac{4}{5}$.

- $45 \cdot \frac{4}{5} = 45 \cdot (4 : 5) = 45 \cdot 0,8 = 36$
- ou $45 \cdot \frac{4}{5} = \frac{45 \cdot 4}{5} = \frac{180}{5} = 36$
- ou $45 \cdot \frac{4}{5} = \frac{45}{5} \cdot 4 = 9 \cdot 4 = 36$

Remarque : La dernière méthode semble ici plus rapide car les calculs peuvent se faire aisément de tête.

À connaître

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la fraction par la quantité.

Exemple 2 : Amélie a dépensé les cinq septièmes de ses économies qui s'élevaient à 14,70 CHF. Calcule le montant de sa dépense.

Calculer les cinq septièmes de 14,7, c'est multiplier $\frac{5}{7}$ par 14,7.

$$\frac{5}{7} \cdot 14,7 = \frac{14,7}{7} \cdot 5 = 2,1 \cdot 5 = 10,5. \text{ (C'est ici la méthode la plus simple.)}$$

Amélie a donc dépensé 10,50 CHF.

Exemple 3 : 36 % des 425 élèves d'un collège sont externes. Combien d'élèves de ce collège sont externes ?

Prendre 36 % de 425, c'est multiplier $\frac{36}{100}$ par 425.

$$\frac{36}{100} \cdot 425 = \frac{36 \cdot 425}{100} = \frac{15\,300}{100} = 153.$$

Il y a donc 153 élèves externes dans ce collège.

Exercices « À toi de jouer »

8 Calcule. a. $5,6 \cdot \frac{10}{7}$ b. $45 \cdot \frac{9}{5}$ c. $4,6 \cdot \frac{18}{9}$

9 Les deux tiers des 60 salariés d'une entreprise sont des ouvriers, un quart sont des techniciens et les autres sont des cadres. Détermine le nombre de salariés dans chacune des catégories.

10 Lundi, sur 23 kg de raisin récoltés, le vigneron a dû en jeter 12 %. Quelle masse de raisin a-t-il jeté lundi ?

Méthode 4 : Additionner ou soustraire des fractions (***)

À connaître

Pour additionner ou soustraire des fractions :

- on met les fractions au même dénominateur, en amplifiant ou en simplifiant ;
- on additionne ou on soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple 1 : Calcule l'expression $A = \frac{7}{3} + \frac{5}{4}$.

Multiples de 3 : 3 ; 6 ; 9 ; **12** ; 15 ; ... → On cherche le plus petit multiple commun non nul à 3 et 4.
 Multiples de 4 : 4 ; 8 ; **12** ; 16 ; ...

$$A = \frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3}$$

→ On écrit les fractions avec le même dénominateur **12**.

$$A = \frac{28}{12} + \frac{15}{12}$$

$$A = \frac{43}{12}$$

→ On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

$$A = \frac{43}{12}$$

→ On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

Exemple 2 : Calcule l'expression $B = 6 - \frac{3}{4}$.

$B = \frac{6}{1} - \frac{3}{4}$ → On transforme le nombre 6 en une fraction en ajoutant une division par 1.

$B = \frac{6 \cdot 4}{1 \cdot 4} - \frac{3}{4}$ → Le ppmc de 1 et 4 est 4. On écrit les fractions avec le même dénominateur **4**.

$$B = \frac{24}{4} - \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{21}{4}$$

→ On soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur.

$$B = \frac{21}{4}$$

→ On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

Exercices « À toi de jouer »

11 Calcule les expressions suivantes :

a. $\frac{7}{3} + \frac{6}{12}$

b. $\frac{3}{5} + \frac{7}{20}$

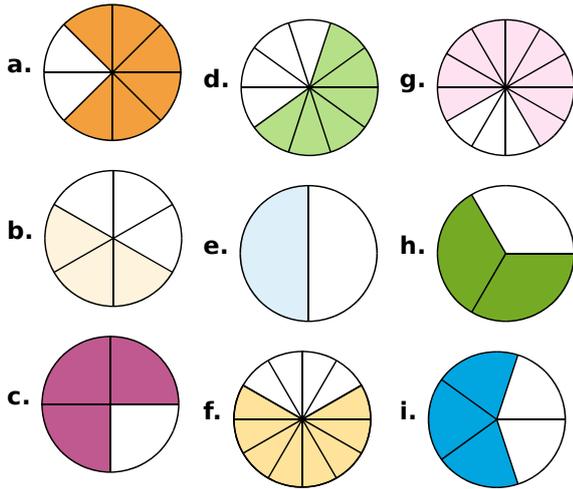
c. $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$

d. $\frac{67}{11} - 5$

Amplifier, simplifier, égalités

1 Partage de disques

En t'inspirant des schémas ci-dessous, écris des égalités de fractions.



2 Numérateur ou dénominateur fixé

Recopie et complète.

a. $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot \dots}{5 \cdot \dots} = \frac{\dots}{15}$ d. $\frac{15}{18} = \frac{\dots \cdot \dots}{6 \cdot \dots} = \frac{\dots}{6}$
 b. $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot \dots}{7 \cdot \dots} = \frac{\dots}{56}$ e. $\frac{7}{14} = \frac{1 \cdot \dots}{\dots \cdot \dots} = \frac{1}{\dots}$
 c. $\frac{4}{3} = \frac{4 \cdot \dots}{3 \cdot \dots} = \frac{\dots}{9}$ f. $\frac{12}{20} = \frac{\dots \cdot \dots}{2 \cdot \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

3 Numérateur ou dénominateur fixé (bis)

Recopie et complète.

a. $\frac{7}{3} = \frac{\dots}{6}$ c. $\frac{7}{5} = \frac{21}{\dots}$ e. $\frac{12}{8} = \frac{\dots}{4}$
 b. $\frac{1}{4} = \frac{2}{\dots}$ d. $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{100}$ f. $\frac{100}{80} = \frac{25}{\dots}$

4 Avec une étape

Recopie et complète.

a. $\frac{10}{6} = \frac{\dots}{3} = \frac{25}{\dots}$ d. $\frac{45}{60} = \frac{3}{\dots} = \frac{\dots}{28}$
 b. $\frac{12}{15} = \frac{\dots}{5} = \frac{8}{\dots}$ e. $\frac{26}{65} = \frac{\dots}{5} = \frac{\dots}{10}$
 c. $\frac{27}{18} = \frac{\dots}{2} = \frac{15}{\dots}$ f. $\frac{49}{42} = \frac{7}{\dots} = \frac{\dots}{72}$

5 Égalités de fractions

Dans chaque cas, indique, en justifiant, si les fractions données sont égales.

a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{10}{15}$ c. $\frac{12}{15}$ et $\frac{4}{5}$
 b. $\frac{12}{8}$ et $\frac{36}{16}$ d. $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{9}$

6 À la recherche des nombres égaux

Trouve, parmi les nombres suivants, ceux qui sont égaux.

A = $\frac{7}{4}$ E = $\frac{3}{2}$ I = $\frac{21}{49}$ M = $\frac{1,2}{0,5}$
 B = $\frac{3}{7}$ F = $\frac{33}{100}$ J = $\frac{14}{8}$ N = $\frac{15}{10}$
 C = $\frac{12}{5}$ G = $\frac{28}{16}$ K = 1,5 P = 0,33
 D = $\frac{9}{49}$ H = $\frac{1}{3}$ L = $\frac{18}{12}$ Q = $\frac{45}{105}$

7 Intrus

Dans chacune des listes de fractions suivantes se cache un intrus. Trouve-le en justifiant.

a. $\frac{80}{100}$; $\frac{16}{20}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{34}{40}$; $\frac{8}{10}$
 b. $\frac{12}{16}$; $\frac{15}{25}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{21}{28}$
 c. $\frac{91}{115}$; $\frac{65}{75}$; $\frac{130}{150}$; $\frac{13}{15}$; $\frac{26}{30}$

8 À toi de jouer

a. Trouve quatre fractions égales à $\frac{12}{15}$.
 b. Trouve cinq fractions égales à $\frac{51}{34}$.

9 Fractions égales

a. Recopie la liste de fractions ci-dessous en regroupant celles qui sont égales :

$\frac{7}{8}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{8}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{21}{24}$; $\frac{30}{12}$; $\frac{12}{9}$; $\frac{25}{10}$.

b. Écris cinq fractions égales à $\frac{7}{4}$.

10 Par quoi simplifier ?

Pour chacune des fractions suivantes, détermine un nombre entier (différent de 1) qui divise à la fois le numérateur et le dénominateur.

- a. $\frac{18}{16}$ c. $\frac{12}{22}$ e. $\frac{60}{36}$
 b. $\frac{5}{10}$ d. $\frac{27}{9}$ f. $\frac{84}{35}$

11 Simplification de fractions

Rends les fractions suivantes irréductibles :

- a. $\frac{6}{4}$ c. $\frac{12}{16}$ e. $\frac{1}{2}$
 b. $\frac{8}{10}$ d. $\frac{18}{27}$ f. $\frac{45}{35}$

12 Simplification de fractions (bis)

Rends les fractions suivantes irréductibles :

- a. $\frac{13}{7}$ c. $\frac{48}{36}$ e. $\frac{13}{26}$
 b. $\frac{22}{77}$ d. $\frac{60}{15}$ f. $\frac{256}{384}$

13 Écriture fractionnaire d'un nombre décimal

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une fraction décimale, puis rends irréductible cette fraction.

- a. 1,2 c. 2,25 e. 1,125
 b. 0,6 d. 0,02 f. 1,24

14 D'écriture fractionnaire à fraction

Transforme chacune des écritures fractionnaires suivantes en une fraction, puis rends irréductible cette fraction.

- a. $\frac{1,2}{2}$ c. $\frac{1,5}{30}$ e. $\frac{7,68}{1,4}$
 b. $\frac{7,3}{1,5}$ d. $\frac{9,125}{2,5}$ f. $\frac{1,3}{7}$

15 De dénominateur 100

Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

- a. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{10}$ e. $\frac{18}{5}$
 b. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{9}{20}$ f. 3

16 De fraction à écriture décimale

Détermine, sans poser de calcul, l'écriture décimale des nombres suivants.

- a. $\frac{16}{25}$ b. $\frac{7}{20}$ c. $\frac{9}{50}$ d. $\frac{71}{4}$

Comparer, ordonner

17 Comparer des fractions à des entiers

a. Recopie les fractions suivantes puis entoure en vert celles qui sont inférieures à 1 et en rouge celles qui sont supérieures à 1 :

$$\frac{7}{8} ; \frac{9}{4} ; \frac{12}{5} ; \frac{634}{628} ; \frac{9}{10} ; \frac{18}{8} ; \frac{182}{196} ; \frac{4}{23}$$

b. Recopie puis entoure les fractions inférieures à 2 en expliquant ta démarche :

$$\frac{64}{21} ; \frac{35}{18} ; \frac{41}{18} ; \frac{12}{25} ; \frac{14}{30} ; \frac{169}{83} ; \frac{1}{2} ; \frac{12}{25}$$

18 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou > :

a. $\frac{4}{5} \dots \frac{7}{5}$ b. $\frac{19}{23} \dots \frac{31}{23}$ d. $\frac{21}{9} \dots \frac{31}{9}$

a. $\frac{2}{13} \dots \frac{1}{13}$ c. $\frac{7}{6} \dots \frac{3}{6}$ e. $\frac{15}{3} \dots \frac{12}{3}$

19 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles < ou > :

a. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$ c. $\frac{41}{51} \dots \frac{41}{49}$ e. $\frac{12}{6} \dots \frac{12}{18}$

b. $\frac{7}{5} \dots \frac{7}{6}$ d. $\frac{62}{41} \dots \frac{62}{35}$ f. $5 \dots \frac{5}{2}$

20 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles $<$ ou $>$. Justifie tes réponses.

- a. $\frac{2}{3} \dots \frac{1}{9}$ c. $\frac{3}{4} \dots \frac{7}{8}$ e. $\frac{7}{18} \dots \frac{3}{9}$
 b. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$ d. $\frac{12}{15} \dots \frac{4}{3}$ f. $\frac{19}{10} \dots \frac{10}{5}$

21 Comparer puis vérifier

- a. Compare $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$.
 b. Compare $\frac{13}{9}$ et $\frac{4}{3}$.
 c. Avec une calculatrice, donne une valeur approchée de chacune des fractions et vérifie tes réponses.

22 Recopie en remplaçant les points de suspension par les symboles $<$, $>$ ou $=$. Justifie tes réponses.

- a. $\frac{4}{7} \dots \frac{7}{14}$ d. $\frac{12}{15} \dots \frac{12}{14}$ g. $\frac{7}{84} \dots \frac{1}{12}$
 b. $\frac{7}{8} \dots \frac{16}{15}$ e. $\frac{9}{18} \dots \frac{3}{6}$ h. $\frac{6}{5} \dots \frac{6}{4}$
 c. $\frac{13}{4} \dots \frac{27}{8}$ f. $\frac{24}{10} \dots \frac{10}{5}$ i. $\frac{7}{4} \dots 2$

23 De l'ordre !

a. Trouve une méthode permettant de ranger ces fractions dans l'ordre croissant :

$$\frac{3}{16} ; \frac{1}{4} ; \frac{7}{8} ; \frac{3}{2} ; \frac{9}{16} ; \frac{8}{4} ; \frac{1}{2}$$

b. Trouve une méthode permettant de ranger ces fractions dans l'ordre croissant :

$$\frac{16}{3} ; \frac{4}{1} ; \frac{8}{7} ; \frac{2}{3} ; \frac{16}{9} ; \frac{4}{8} ; \frac{2}{1}$$

24 Avec un axe

a. Range ces fractions dans l'ordre décroissant :

$$\frac{2}{3} ; \frac{5}{6} ; \frac{1}{6} ; \frac{7}{12} ; \frac{4}{3} ; \frac{13}{6} ; \frac{5}{3}$$

b. Trace un axe gradué d'unité douze carreaux. Place les fractions précédentes.

c. Vérifie que ton classement de la question a. est correct.

25 Dans chaque cas, réponds à la question en comparant deux fractions :

a. Dans le cirque Pandor, il y a douze animaux dont cinq sont des fauves. Le cirque Zopoutou possède vingt-quatre animaux dont onze fauves. Quel cirque a la plus grande proportion de fauves ?

b. Dans les parkings, la loi exige que sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées. Un parking de 600 places met à disposition 10 places pour handicapés. Ce parking respecte-t-il la loi ?

c. Mon frère a déjà fait 60 parties sur le jeu "Robostrike". Il a gagné 33 fois. Pour ma part, je joue depuis plus longtemps. J'ai déjà 300 parties à mon actif dont 153 victoires. Est-ce qu'on peut dire que je gagne plus souvent que mon frère ?

d. J'ai eu deux épreuves en maths, pour l'instant : trois points sur cinq et onze points sur vingt. Quelle est la meilleure de ces deux épreuves ?

26 Intercaler

Dans chaque cas trouve deux fractions comprises entre :

- a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{3}$ c. $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{7}$ e. 12 et $\frac{61}{5}$
 b. $\frac{12}{30}$ et $\frac{20}{30}$ d. 3 et 3,1 f. (\geq^{**}) $-\frac{32}{5}$ et $-\frac{13}{2}$

Prendre une fraction d'un nombre

27 Astucieusement

a. Quelle méthode est la plus astucieuse pour effectuer le calcul $\frac{3}{4} \cdot 16$? Justifie ta réponse.

b. Effectue les calculs suivants sans calculatrice le plus astucieusement possible.

- $\frac{21}{3} \cdot 5$ • $\frac{18}{7} \cdot 14$ • $\frac{8}{16} \cdot 4, 28$
 • $\frac{35}{4} \cdot 12$ • $3,4 \cdot \frac{5}{17}$ • $\frac{7}{3} \cdot 36,9$

28 Traduis chaque énoncé par un calcul que tu effectueras.

- a. Le quart de cent.
- b. Les trois quarts de soixante.
- c. Les cinq tiers de trois cent soixante.
- d. Quatre-vingts centièmes de trente.

29 Recopie et complète.

- a. $\dots \cdot \frac{8}{7} = \frac{56}{7}$
- b. $\frac{7}{5} \cdot \dots = \frac{42}{5}$
- c. $\frac{9 \cdot \dots}{11} = \frac{72}{11}$
- d. $\dots \cdot \frac{8}{7} = 16$
- e. $\frac{9}{14} \cdot \dots = \frac{27}{7}$
- f. $\frac{\dots \cdot 5}{20} = \frac{3}{4}$

30 Pour chaque question, dis si les nombres donnés sont égaux.

- a. Trois quarts de seize et $6 \cdot \frac{48}{24}$.
- b. Deux cinquièmes de vingt et $\frac{2}{3} \cdot 12$.
- c. Cinq douzièmes de trente-deux et $4, 2 \cdot \frac{33}{11}$.

31 *Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001*

a. Recopie et complète.

$$578,4 \cdot 0,01 = 578,4 \cdot \frac{1}{100} = \frac{578,4 \cdot \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

b. Sur le même modèle, effectue les calculs.

$$89,3 \cdot 0,1 ; \quad 0,12 \cdot 0,001 ; \quad 890\,001 \cdot 0,01.$$

32 *Avec la calculatrice*

À l'aide de la calculatrice, trouve le résultat des calculs suivants (précise si le résultat est exact ou approché).

- a. $25\,361 \cdot \frac{84}{521}$
- b. $17\,232 \cdot \frac{591}{48}$

33 *Pourcentages de base*

Calcule.

- a. 25 % de 100 g
- b. 30 % de 200 m
- c. 70 % de 15 CHF
- d. 150 % de 15 kg

34 *Combien de minutes ?*

a. Exprime en minutes, en justifiant, chacune des durées suivantes.

- une demi-heure.
- deux tiers d'une heure.
- trois quarts d'heure.
- une heure et quart.

b. Transforme les durées suivantes en heures et minutes.

- sept quarts d'heure.
- un vingtième d'heure.
- neuf demi-heures.
- six dixièmes d'heure.

35 *Partage d'un segment*

Trace un segment [AB] de 63 mm.

Place un point C appartenant à [AB] tel que [AC] mesure les $\frac{5}{7}$ de [AB].

36 *Le partage*

Hugo a 43,20 CHF dans sa tirelire. Il décide d'en donner les $\frac{4}{9}$ à son petit frère Lukas. Combien Lukas va-t-il recevoir ?

37 *Le cycliste*

Un cycliste fait un trajet de 45 km dont les deux tiers sont en montée. Quelle est la longueur de la montée ?

38 *Le réservoir*

Le réservoir de ma voiture a une capacité de 56 litres. Il est rempli aux $\frac{3}{14}$ d'essence. Combien reste-t-il de litres d'essence dans ce réservoir ?

39 Les élèves de sixième

252 élèves de sixième ont été interrogés sur la fréquence hebdomadaire de leur pratique du sport en dehors de l'école.

- $\frac{1}{6}$ des élèves ne pratique aucun sport ;
- $\frac{3}{7}$ des élèves en font une fois ;
- $\frac{3}{14}$ des élèves en font deux fois ;
- le reste des élèves en fait plus de deux fois par semaine. Calcule le nombre d'élèves pour chaque catégorie.

40 Au cinéma

Dans la grande salle de 175 places d'un cinéma de quartier, est projeté un film qui a permis de remplir la salle à 76 %. Combien y a-t-il eu de spectateurs à cette séance ?

41 Choisir

- a.** Vaut-il mieux recevoir 2 % de 3 625 CHF ou 80 % de 90 CHF ?
- b.** Un pull vert, qui coûtait 35 CHF, est vendu à 70 % de son prix initial et un pull bleu, qui coûtait 27 CHF, est vendu à 95 % de son prix initial. Lequel sera le moins cher à l'achat ?

42 Composition d'un aliment

Un plat préparé de 254 g contient 27 % de lipides, 55 % de protides et 16 % de glucides. Détermine la masse de ces trois substances dans ce plat.

43 L'air

L'air est constitué principalement d'azote et d'oxygène. Dans un volume d'air donné, le volume d'azote correspond à 78,6 % du volume total et celui d'oxygène à 20,9 %. Sachant qu'une salle de classe a un volume de 125 m³, calcule le volume, en m³, de chacun de ces gaz présents dans cette salle.

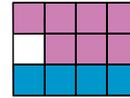
44 Du chocolat blanc

Le chocolat blanc contient 20 % de beurre de cacao, 14 % de matière sèche d'origine lactique et 55 % de sucre.

Calcule la masse de chacun de ces ingrédients dans une tablette de chocolat blanc de 150 g.

Additionner, soustraire (***)

45 L'égalité $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$ est illustrée par la figure ci-contre :



- a.** Explique pourquoi.
- b.** En t'inspirant de la question **a.**, écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes :

Figure 1

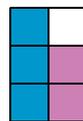


Figure 2

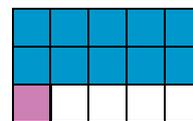
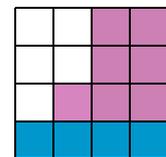


Figure 3



46 Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- a.** $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$ **c.** $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$ **e.** $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$
- b.** $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$ **d.** $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$ **f.** $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$

47 On considère le nombre $5 + \frac{2}{3}$.

- a.** Combien y a-t-il de tiers dans une unité ? Et dans cinq unités ?
- b.** En utilisant la réponse à la question **a.**, écris $5 + \frac{2}{3}$ sous la forme d'une seule fraction.
- c.** En procédant de la même manière, écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une seule fraction.

- $4 + \frac{5}{2}$ • $12 - \frac{1}{4}$ • $7 + \frac{3}{5} - \frac{2}{5}$

48 Effectue les opérations suivantes :

a. $\frac{2}{13} + \frac{7}{13}$ d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ g. $\frac{2}{3} - \frac{1}{18}$

b. $\frac{8}{7} - \frac{6}{7}$ e. $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ h. $\frac{8}{5} - \frac{16}{10}$

c. $\frac{9}{4} - \frac{5}{12}$ f. $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$ i. $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$

49 Effectue les opérations suivantes :

a. $4 - \frac{3}{2}$ d. $7 + \frac{1}{4}$ g. $6 - \frac{5}{3} - \frac{5}{6}$

b. $2 + \frac{1}{3}$ e. $\frac{16}{3} - 3$ h. $2 + \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$

c. $\frac{9}{4} - 1$ f. $4 + \frac{5}{7}$ i. $7 - \frac{9}{5} - \frac{13}{25}$

50 Dans chacun des cas suivants, calcule la valeur de $a + b - c$.

a. $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{3}{4}$; $c = \frac{1}{4}$.

b. $a = \frac{7}{6}$; $b = \frac{10}{3}$; $c = \frac{5}{6}$.

c. $a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{1}{9}$; $c = \frac{1}{27}$.

d. $a = \frac{2}{5}$; $b = \frac{13}{15}$; $c = \frac{2}{5}$.

e. $a = -\frac{13}{18}$; $b = \frac{19}{6}$; $c = \frac{4}{3}$.

51 Étonnant !

a. Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.

b. Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.

c. Calcule : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$.

d. Sans calculer, essaie de deviner la valeur de $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ puis vérifie.

52 Jimmy a mangé $\frac{1}{4}$ d'un gâteau. Élise a mangé $\frac{3}{8}$ du même gâteau.

a. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

53 Jeu vidéo

Trois frères veulent acheter ensemble un jeu vidéo. Le premier ne possède que les $\frac{3}{5}$ du prix de ce jeu vidéo, le deuxième n'en possède que les $\frac{4}{15}$ et le troisième seulement $\frac{1}{3}$.

a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ce jeu vidéo ?

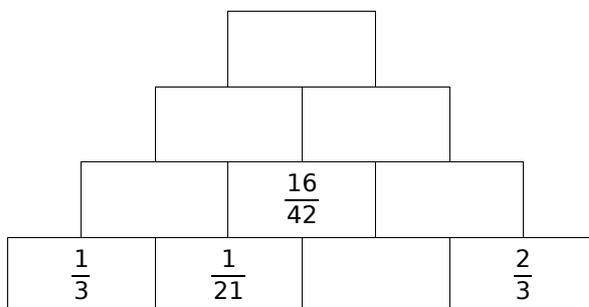
b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

54 Triangle

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = \frac{5}{7} BC$. Quelle fraction de BC représente son périmètre ?

55 Pyramide

Recopie puis complète la pyramide suivante sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



56 Le Scrabble®

Le tableau suivant donne le nombre de jetons correspondant à chaque lettre de l'alphabet.

Lettre	E	A	I	NO RS TU	L	D M	BCFG HPV Blanc	JKQW XYZ
Nombre	15	9	8	6	5	3	2	1

a. Quel est le nombre total de jetons dans le jeu ?

b. Quelle fraction des jetons est marquée de la lettre P ? Simplifie, si possible, cette fraction.

Même question pour les lettres D, E puis A.

c. Quelle fraction des jetons est marquée d'une consonne ? Simplifie, si possible, cette fraction.

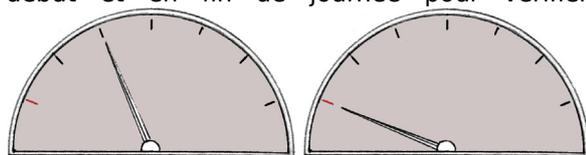
d. Y a-t-il plus ou moins de la moitié des lettres ayant un nombre d'exemplaires inférieur ou égal à 5 ? Quelle fraction exactement ?

57 L'enquête

Un employé utilise le véhicule de sa société pour aller faire des livraisons.

La capacité du réservoir du véhicule est de 40 l pour une consommation inférieure à 10 l pour 100 km.

Son employeur soupçonne une utilisation supplémentaire non autorisée et a donc photographié la jauge à essence du véhicule en début et en fin de journée pour vérifier.



le matin

le soir

Sachant que le circuit journalier de l'employé fait 40 km, détermine si les soupçons de l'employeur sont justifiés.

58 Farandole de fractions

a. On considère les fractions suivantes :

$$\frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; \frac{3}{4} ; \frac{4}{5} ; \dots$$

- Complète cette suite logique avec trois autres fractions.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

b. On considère les fractions suivantes :

$$\frac{3}{2} ; \frac{4}{3} ; \frac{5}{4} ; \frac{6}{5} ; \dots$$

- Complète cette suite logique avec trois autres fractions.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

c. En écrivant les fractions sous forme décimale (on arrondira au centième près quand c'est nécessaire), que remarques-tu pour les deux suites données en **a.** et **b.** ?

59 Dans le but de faire du béton, Antoine a préparé (avant d'incorporer l'eau) un mélange de 100 kg composé de 30 % de graviers, de trois huitièmes de sable et le reste de ciment.

Calcule la masse de chaque composant de ce mélange.

60 La course

Une course de 4 500 m est organisée autour du collège. Durant cette course :

- Ahmed doit stopper après avoir parcouru un dixième du trajet ;
- Bernard s'essouffle au bout des cinq sixièmes de la course ;
- Carolina, elle, n'atteint que le un quart de la longueur du parcours ;
- Dieter se blesse alors qu'il ne lui restait plus qu'un quinzième de la course à effectuer.

Calcule la distance parcourue par chacun.

61 Le club Ludimaths

Un collège comporte 840 élèves dont les huit dixièmes sont demi-pensionnaires.

Les sept douzièmes d'entre eux mangent au premier service, les autres au second service. Le club de jeux mathématiques a lieu durant le premier service et accueille un septième des élèves disponibles à ce moment-là.

- a.** Combien d'élèves participent à ce club ?
- b.** Quelle fraction du nombre total d'élèves représentent-ils ? Simplifie-la, si possible.

62 Les soldes

- a. Un article coûtant 30 CHF subit une première réduction de 50 %. Calcule son nouveau prix.
- b. Lors d'une seconde démarque, le même article subit une nouvelle réduction de 50 %. Calcule son nouveau prix.
- c. Le prix de cet article a-t-il diminué de 100 % après ces deux démarques ? Justifie.

63 Le concours

Un concours se déroule en deux étapes :

- tous les candidats passent les épreuves d'admissibilité à l'écrit ;
- seuls ceux qui sont déclarés "admissibles" passent les épreuves d'admission à l'oral. Ces derniers sont alors déclarés "admis" ou pas.

1 200 candidats se sont présentés à ce concours. Après l'écrit, un tiers d'entre eux a été recalé. Le reste a passé l'oral où les trois quarts n'ont finalement pas été admis.

Combien de candidats ont été admis à ce concours ?

64 La marée

Il est midi à Dunkerque et la marée est basse. La « règle des douzièmes » nous dit que la mer va monter de $\frac{1}{12}$ de l'amplitude totale pendant la première heure, de $\frac{2}{12}$ durant la 2^e heure, de $\frac{3}{12}$ la 3^e heure, encore $\frac{3}{12}$ la 4^e heure, $\frac{2}{12}$ la 5^e heure pour finir avec le dernier douzième la 6^e heure et arriver enfin à marée haute. La mer redescend ensuite de la même manière suivant un cycle d'environ six heures.

Reproduis et complète le tableau suivant en sachant que l'amplitude totale est de 3,60 m.

Heure	12 h	13 h	...	23 h	24 h
Hauteur d'eau (m)	0				

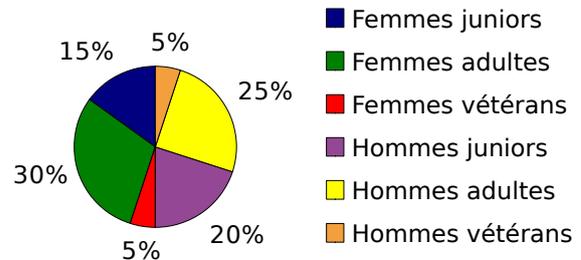
65 Le jardin

Dans un terrain de 3,5 ha, les $\frac{4}{5}$ de la surface sont occupés par des arbres fruitiers. Les pommiers occupent les $\frac{2}{7}$ de la surface occupée par les arbres fruitiers.

Calcule, en m², la surface occupée par les pommiers. (1 ha = 1 hm².)

66 Club sportif

Le diagramme suivant donne la répartition des adhérents d'un club sportif selon leur sexe et selon leur tranche d'âge.

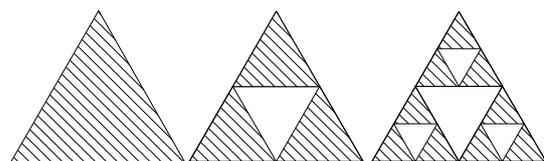


- a. Reporte ces indications dans un tableau en remplaçant les pourcentages par des fractions simplifiées.
- b. Le club comporte 360 adhérents. Calcule le nombre d'adhérents de chaque catégorie.

67 Triangle de Sierpinski

Étapes de construction :

- Étape 1 : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- Étape 2 : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets et dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- Étape 3 : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- Étapes suivantes : On répète le processus.

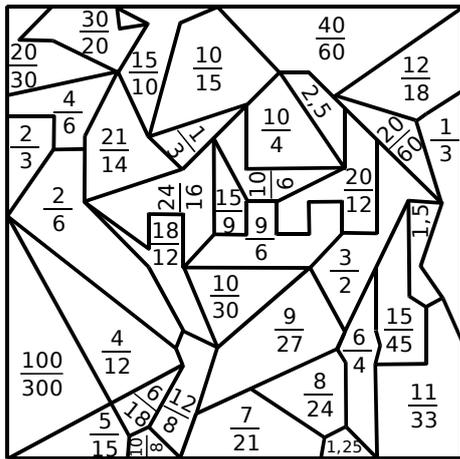


- a. Construis sur ton cahier les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).
- b. Quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?
- c. Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.
- d. Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.
- e. Et pour l'étape 8 ?

1 Coloriages magiques

1^{re} Partie : Le dessin mystère

a. Chaque groupe décalque le dessin ci-dessous.



b. Coloriez les zones avec des nombres égaux aux fractions du tableau ci-dessous dans la couleur correspondante.

$\frac{5}{3}$ en rouge $\frac{5}{2}$ en vert $\frac{3}{2}$ en marron
 $\frac{5}{4}$ en noir $\frac{1}{3}$ en jaune $\frac{2}{3}$ en bleu

2^e Partie : À votre tour !

c. Chaque groupe produit un dessin avec des couleurs différentes suivant le même principe.

d. Échangez ensuite avec un autre groupe vos dessins. Coloriez alors le dessin que vous avez reçu.

2 Dans l'Ancienne Égypte (***)

Dans l'Ancienne Égypte, l'œil du pharaon était utilisé pour signifier « 1 sur ».

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{2}$ avaient leur propre signe :

$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{2}$	
---------------	--	---------------	--	---------------	--

a. Recopiez puis complétez le tableau suivant :

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$

b. Calculez les sommes suivantes puis donnez leur écriture égyptienne :

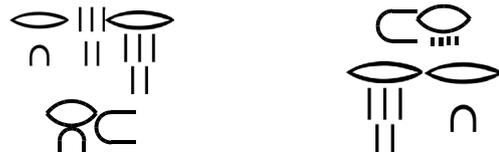
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} ; \frac{1}{6} + \frac{1}{6} ; \frac{1}{3} + \frac{1}{6} ; \frac{1}{6} + \frac{1}{12}.$$

c. Pour écrire une fraction, les Égyptiens la décomposaient en une somme de fractions de numérateur 1. Par exemple : $\frac{3}{8}$ s'écrivait comme la somme de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{8}$:



Vérifiez en faisant le calcul.

À quelles fractions correspondent les écritures suivantes ?



d. Inversement, pouvez-vous proposer une écriture égyptienne pour les fractions suivantes ?

$$\frac{5}{12} ; \frac{3}{14} ; \frac{7}{12} ; \frac{3}{5}.$$

La décomposition est-elle toujours unique ?

e. Plus difficile !

Pour effectuer le calcul $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$, le scribe transformait successivement cette somme en $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ puis en $1 + \frac{1}{6}$, ce qu'il pouvait alors écrire :



f. Faites comme lui pour les sommes :

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} ; \frac{1}{2} + \frac{3}{5} ; \frac{3}{4} + \frac{7}{12}.$$

Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	$\frac{75}{20}$ est simplifiable par...	2	3	5	7
2	$\frac{12}{14}$ est égal à...	$\frac{24}{48}$	$\frac{112}{114}$	$\frac{18}{21}$	$\frac{6}{7}$
3	Les fractions que l'on peut encore simplifier sont...	$\frac{1}{3}$	$\frac{1\ 765\ 448}{267\ 460}$	$\frac{13}{26}$	$\frac{987\ 465}{34\ 542\ 290}$
4	$\frac{8}{7} = \frac{?}{56}$ donc « ? » vaut...	49	64	55	7
5	$\frac{5}{8} = 0,625$ donc...	$\frac{50}{80} = 0,625$	$\frac{15}{18} = 0,625$	$\frac{50}{8} = 6,25$	$\frac{8}{5} = 0,625$
6	$\frac{4}{3}$ est ...	<1	>1	$< \frac{2}{3}$	$> \frac{3}{4}$
7	$\frac{4}{16}$ est ...	>1	$= \frac{1}{4}$	$< \frac{1}{3}$	$= \frac{8}{16}$
8	$2,5 \cdot \frac{9}{4} = \dots$	$\frac{2,5 \cdot 4}{9}$	$\frac{2,5}{4} \cdot 9$	$\frac{22,5}{10}$	$5 \cdot \frac{18}{8}$
9	$\frac{8}{15} \cdot 5 = \dots$	2,6	$\frac{40}{15}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{75}$
10	Prendre 25 % d'un nombre, c'est...	prendre le quart de ce nombre.	multiplier ce nombre par $\frac{25}{100}$.	diviser ce nombre par 4.	ajouter 25 à ce nombre.
11	Pour calculer 37 % de 600, on peut effectuer...	$600 : 37$	$0,37 \cdot 600$	$37 \cdot 6$	$(600 \cdot 37) : 100$
(***) 12	$\frac{2}{3} + \frac{2}{4} = \dots$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{3} + 2$	$\frac{7}{6}$
(***) 13	$3 - \frac{3}{2} = \dots$	0	1,5	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - 3$

Récréation mathématique

La balle au bond

Julien possède trois balles fabriquées avec des matières différentes. Sa balle rouge est la plus tonique : à chaque rebond, elle remonte aux $\frac{4}{5}$ de sa hauteur de chute.

La verte ne remonte qu'aux $\frac{3}{4}$ de sa hauteur de

chute et la bleue seulement aux $\frac{2}{3}$ de la sienne.

Julien lâche ses trois balles d'une hauteur de 180 cm. Il mesure à quelle hauteur arrivent :

- la rouge après 5 rebonds ;
- la verte après 4 rebonds ;
- la bleue après 3 rebonds.

Laquelle des trois arrive le plus haut ?

