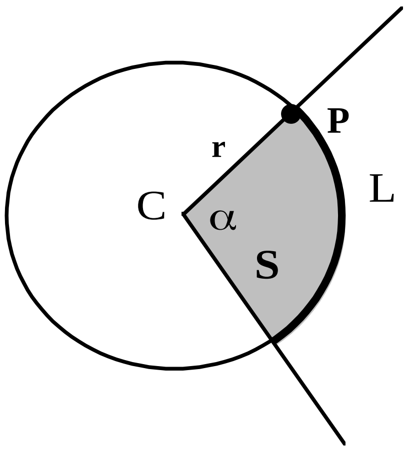
Exercice 1)

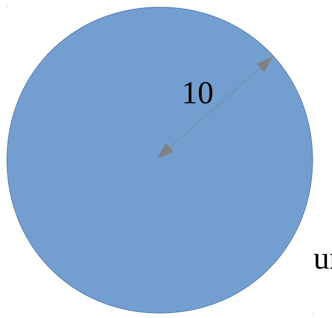
α	r	L	S	nbr. de tours (pas dans l'énoncé)
45°	*8,31 cm*	**6,53 cm**	**27,12 cm²**	**1/8**
103,79°	*50 m*	*90,57 m*	**2'264,25 cm²**	**0,29**
120°	**4,63 cm**	*9,70 cm*	**22,46 cm²**	**1/3**
298,29°	*5,88 cm*	**30,61 cm**	*90 cm²*	**0,83**
20°	**22,71 dm**	**7,93 dm**	*90 dm²*	**1/18**

Méthode Ligne 1 :



- $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{L}{2\cdot\pi\cdot r} = \frac{S}{\pi\cdot r^2} = \frac{x \text{ tour}}{1 \text{ tour}}$ [thm. «rel. α/arc/secteur »]
- $\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{L}{2\cdot\pi\cdot(8,31)} = \frac{S}{\pi\cdot(8,31)^2} = \frac{x \text{ tour}}{1 \text{ tour}}$ [substitution]
- $L = \frac{45}{360}\cdot 2\cdot\pi\cdot(8,31) \cong 6,53 \text{ cm}$ [produit en croix]
- $S = \frac{45}{360}\cdot\pi\cdot(8,31)^2 \cong 27,12 \text{ cm}^2$ [produit en croix]
- $x \text{ tour} = \frac{45}{360}\cdot 1 \text{tour} = \frac{1}{8} \text{ tour}$ [produit en croix]

Exercice 2



(a) l'aire de la figure.

$\frac{\pi\times1^2}{4}+\frac{\pi\times2^2}{4}+\frac{\pi\times3^2}{4}+\frac{\pi\times4^2}{4}=\frac{30\pi}{4}\ cm^2$ [thm « aires »]

(b) périmètre de la figure = 4 quarts de cercle (de rayon 1, 2, 3 et 4) + un carré central + un segment

$\frac{2\times\pi\times1}{4}+\frac{2\times\pi\times2}{4}+\frac{2\times\pi\times3}{4}+\frac{2\times\pi\times4}{4}+4\times1+4 = 5\pi + 8 \text{ cm}$

Exercice 3

(a) $A=\pi\cdot 10^2 \simeq 314.16$ [thm. « aires »]
La superficie est d'environ 314 $[\text{km}]^2$.

(b) $\dfrac{10\ \text{€}}{1\ \text{km}}=\dfrac{x\ \text{€}}{100\pi} \Leftrightarrow x=\dfrac{10\cdot 100\pi}{1} \simeq 3141.59$
La radio paiera 3149.59 €.

(c) $r=3\cdot 10=30 \Rightarrow \text{nouvelle taxe}=\pi\cdot 30^2\cdot 10=900\pi$
Donc $\dfrac{\text{nouvelle taxe}}{\text{taxe}}=\dfrac{9000\pi}{1000\pi}=9$. La taxe sera multipliée par 9 et non par 3.

Exercice 4

$\text{Aire}_{\text{pare-brise}} = 1{,}50 \times 0{,}80 = 1{,}2\ \text{m}^2$ [thm. « aires »]

La surface balayée *B* par l'essuie-glace a la forme d'un demi disque de rayon 0,65 m. On a :

$\text{Aire}_B = \dfrac{\pi \times 0{,}65^2}{2} \times 0{,}21125\pi\ \text{m}^2$ [thm. « aires »]

$\dfrac{0{,}21125\pi}{1{,}2} \times 100 \approx 55{,}3$

La surface balayée représente donc environ 55,3 % de la surface du pare-brise.

Exercice 5

(a) $\dfrac{1\ \text{tour}}{60\ \text{min}}=\dfrac{x\ \text{tour}}{20\ \text{min}} \Rightarrow x=\dfrac{1}{3}\ \text{tour}$ [grandeurs proportionnelles]

$\dfrac{L}{2\pi r}=\dfrac{\frac{1}{3}\ \text{tour}}{1\ \text{tour}} \Rightarrow L=\dfrac{1}{3}\cdot 2\pi\cdot 6=4\pi \simeq \underline{12{,}56\ \text{cm}}$ [thm. «rel. α/arc/secteur »]

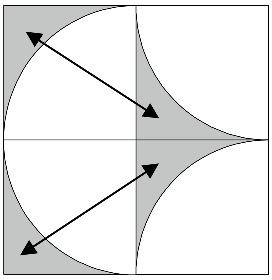
(b) $\dfrac{1\ \text{tour}}{60\ \text{min}}=\dfrac{x\ \text{tour}}{35\ \text{min}} \Rightarrow x=\dfrac{35}{60}\ \text{tour}=\dfrac{7}{12}\ \text{tour}$ [grandeurs proportionnelles]

$\dfrac{L}{2\pi r}=\dfrac{\frac{7}{2}\ \text{tour}}{1\ \text{tour}} \Rightarrow L=\dfrac{7}{12}\cdot 2\pi\cdot 6=\dfrac{84}{12}\pi \simeq \underline{21{,}98\ \text{cm}}$ [thm. «rel. α/arc/secteur »]

Exercice 6 (sans justification détaillée)

(a) Périmètre de la surface hachurée = périmètre d'un cercle de rayon 2 cm =
$= 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4\pi \cong \underline{12,57 \text{ m}}$

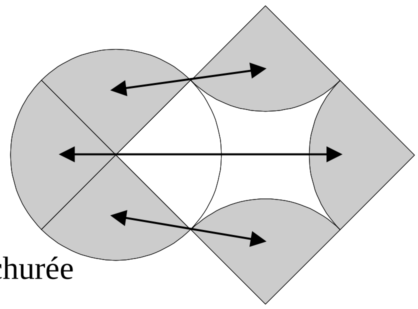
Aire de la surface hachurée = $\frac{1}{2}$ fois l'aire du carré de côté 4 cm = $\frac{1}{2} \cdot 4^2 = \underline{8 \text{ m}^2}$



(b) Périmètre de la surface hachurée = 6 fois le périmètre de $\frac{1}{4}$ de cercle de rayon 4 cm =

$= 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4 = 12\pi \cong \underline{37,70 \text{ mm}}$

Aire de la surface hachurée = aire du carré de côté 8 cm = $8^2 = \underline{64 \text{ mm}^2}$



(c) Périmètre de la surface hachurée

= périmètre du $\frac{1}{2}$ cercle de rayon 7 cm + 2 fois le périmètre du $\frac{1}{2}$ cercle de rayon 3,5 cm =

$= \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 7 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3,5 = 7\pi + 7\pi = 14\pi \cong \underline{43,98 \text{ m}}$

Aire de la surface hachurée =

= aire du $\frac{1}{2}$ disque de rayon 7 cm – 2 fois l'aire du $\frac{1}{2}$ disque de rayon 3,5 cm =

$= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 7^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot 3,5^2 = \frac{49}{2}\pi - \frac{49}{4}\pi = \frac{49}{4}\pi \cong \underline{38,48 \text{ m}^2}$

(d) Périmètre de la surface hachurée = 3 fois la longueur d'arc d'un cercle $(r = 3 \quad \alpha = 60°)$ =

$= 3 \cdot \left(\frac{60°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 3 \right) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot 3 = 3\pi \cong \underline{9,42 \text{ km}}$

Rappel : $\frac{L}{2\pi r}=\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \Rightarrow L=\frac{\alpha^\circ}{360^\circ}\cdot 2\pi r$

Aire de la surface hachurée =

= aire du triangle équilatéral – 3 fois l'aire d'un secteur de disque $(r=3 \quad \alpha=60^\circ)$ =

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 6^2 - 3\cdot\left(\frac{60^\circ}{360^\circ}\cdot\pi\cdot 3^2\right)\cong 15,59-14,13\cong \underline{1,46\ km^2}$

Rappel : $\frac{S}{\pi r^2}=\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \Rightarrow S=\frac{\alpha^\circ}{360^\circ}\cdot\pi r^2$

Hauteur du triangle équilatéral de côté *a* : $h=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot a$

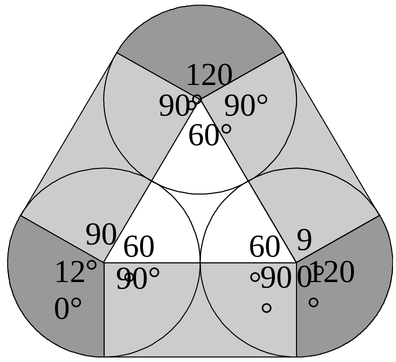
(e) Périmètre de la surface hachurée = 6 fois la longueur du côté du triangle équilatéral + 3 fois la longueur d'arc d'un cercle $(r=2,5 \quad \alpha=120^\circ)$ =

$6\cdot 5+3\cdot\left(\frac{120^\circ}{360^\circ}\cdot 2\pi\cdot 2,5\right)\cong 30+15,7\cong \underline{45,7\ cm}$

Aire de la surface hachurée = 3 fois l'aire du rectangle (construit sur le côté du triangle et le rayon du cercle) + 3 fois l'aire du secteur de disque $(r=2,5 \quad \alpha=120^\circ)$

=

$3\cdot(2,5\cdot 5)+3\cdot\left(\frac{120^\circ}{360^\circ}\cdot\pi\cdot(2,5)^2\right)\cong 37,5+19,625\cong \underline{57,125\ cm^2}$



Exercice 7

(a) Complément sur l'énoncé : les points *A, O, C* et *D, O, B* sont alignés.

- $\overline{CO}=\overline{BO}=r$ [hyp]

  donc ΔOCB est isocèle en *O* [déf « Δ isoc »]

  donc $\widehat{OBC}=\widehat{BCO}$ [thm « Δ isoc »]

- $\widehat{OCB}=40°$ [hyp]

donc $\widehat{BCO}=40°$ [substitution]

- $[DB]$ est un diamètre [hyp]

  donc Δ*DCB* est rectangle en *C* [thm « cercle Thalès »]

- γ et $\widehat{BCO}$ compl. et $\gamma+\widehat{BCO}=90°$ [déf α « compl. »]

  donc $\gamma = 90° - \widehat{BCO} = 50°$ [- $\widehat{BCO}$]]

  $= 90° - 40°$ [substitution]

  $= 50°$

- $\overline{DO}=\overline{CO}=r$ [hyp]

  donc Δ*OCD* est isocèle en *O* [déf « Δ isoc »]

  donc $\gamma = \beta$ [thm « Δ isoc »]

  donc $\beta = 50°$ [car $\gamma = 50°$]

- γ est un angle inscrit et α est un angle au centre [par déf] dans le même cercle

  αet γ interceptent le même arc [hyp]

  donc $2\gamma = \alpha$ [thm « α inscrit/centre »]

  donc $\alpha = 100°$ [car $\gamma = 50°$]

(b)

- Δ*DCB* est rectangle en *D* [hyp]

  $40° + \alpha + 90° = 180°$ [thm. « $\Sigma\alpha=180$ »]

  $\alpha = 50°$

- γ et α sont des angles inscrits [par déf] dans le même cercle

  α et γ interceptent le même arc [hyp]

  donc $\gamma = \alpha$ [thm « α inscrits»]

  donc $\gamma = 50°$ [car $\alpha = 50°$]

- δ et $\widehat{BCD}$ sont des angles inscrits [par déf] dans le même cercle

  δ et $\widehat{BCD}$ interceptent le même arc [hyp]

  donc $\delta = \widehat{BCD}$ [thm « α inscrits»]

  donc $\delta = 40°$ [car $\widehat{BCD} = 40°$]

- $\widehat{AED}$ et γ sont supplémentaires [déf « α supp »]

  donc $180-\gamma = \widehat{AED}$

$\widehat{AED} = 130°$ [car $\gamma = 50°$]

$\beta + \widehat{AED} + \widehat{BCD} = 180°$ [thm. « $\Sigma\alpha = 180$ » dans ΔAEC]

donc $\beta + 130 + 40 = 180$ [$\widehat{AED} = 130°$ et hyp]

$\beta = 10°$

(c)

- $\gamma = 180 - 45 - 30 = 105°$ [thm. « $\Sigma\alpha = 180$ » dans ΔABC]
- γ et $\widehat{ACE}$ sont supplémentaires [déf « α supp »]

  donc $180 - \gamma = \widehat{ACE}$

  $\widehat{ACE} = 75°$ [car $\gamma = 105°$]

  $\delta = 180 - 75 - 40 = 65°$ [thm. « $\Sigma\alpha = 180$ » dans ΔACE]
- α et $\widehat{ABC}$ sont des angles inscrits [par déf] dans le même cercle

  α et $\widehat{ABC}$ interceptent le même arc [hyp]

  donc $\alpha = \widehat{ABC}$ [thm « α inscrits»]

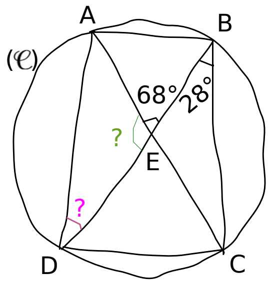
  donc $\alpha = 30°$ [car $\widehat{ABC} = 30°$ par hyp]
- β et $\widehat{BAC}$ sont des angles inscrits [par déf] dans le même cercle

  β et $\widehat{BAC}$ interceptent le même arc [hyp]

  donc $\beta = \widehat{BAC}$ [thm « α inscrits»]

  donc $\beta = 45°$ [car $\widehat{BAC} = 45°$ par hyp]

Exercice 8



(a)

D, E et B étant alignés, $\widehat{AED}$ et $\widehat{AEB}$ sont supplémentaires [déf « α supp »]
donc $\widehat{AED} = 180° - \widehat{AEB}$
On sait que $\widehat{AEB} = 68°$ [par hyp] donc :
$\widehat{AED} = 180° - 68° = 112°$

Par ailleurs, $\widehat{DAC}$ et $\widehat{DBC}$ sont des angles inscrits [par déf] dans le même cercle ($\mathcal{C}$) et qui interceptent le même arc $\overset{\frown}{DC}$ [hyp]: ces 2 angles sont donc égaux.[thm « α inscrits»]
On sait que $\widehat{DBC} = 28°$ [par hyp] donc $\widehat{DAC} = 28°$.
Les 3 angles du triangle ΔADC ont pour somme 180° [thm. « $\Sigma\alpha=180$ » donc :
$\widehat{ADB} = 180° - \widehat{DAC} - \widehat{AED}$
$\widehat{ADB} = 180° - 28° - 112° = 40°$

(b)

Nous allons montrer que E ne peut être le centre du cercle en supposant qu'il l'est.
Supposons que E soit le centre du cercle ($\mathcal{C}$) : dans ce cas, $\widehat{DEC}$ serait un angle au centre du cercle ($\mathcal{C}$) et avec l'angle inscrit $\widehat{DBC}$, dans le même cercle et qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{DC}$, on aurait $\widehat{DEC}$ qui serait le double de $\widehat{DBC}$ [thm « α inscrit/centre »].
Or, $\widehat{DEC}$ et $\widehat{AEB}$ sont opposés par leur sommet [déf « α opp »] car d_{AC} et d_{BD} se coupent en E et donc ces 2 angles sont égaux [thm « α opp »].
On sait que $\widehat{AEB} = 68°$ [hyp] donc $\widehat{DEC} = 68°$.
On sait aussi que $\widehat{DBC} = 28°$ [hyp] et donc on aurait 68° = 2 × 28°, c'est-à-dire 68° = 56° ce qui est faux : on doit donc rejeter l'hypothèse que E soit le centre du cercle ($\mathcal{C}$).
Ainsi, E n'est pas le centre du cercle ($\mathcal{C}$).

Remarque : la démonstration précédente est un raisonnement qui est dit " par l'absurde " : on suppose le contraire de ce qu'on veut expliquer et comme ce qu'on a supposé donne une conclusion fausse, c'est que ce qu'on a supposé est faux et c'est donc le contraire qui est vrai. Vous remarquerez l'emploi du conditionnel pour toutes les déductions qui dépendent de ce qu'on a supposé.

Exercice 9

On a $\widehat{ITR} = 50°$ [hyp] et $\widehat{ARI} = 40°$.[hyp]

(a)

- $\widehat{ITR}$ et $\widehat{IAR}$ sont deux angles inscrits dans le même cercle [par déf] et qui interceptent le même arc $\widehat{IR}$ [hyp] donc ces 2 angles sont égaux [thm « α inscrits»].
  On sait que $\widehat{ITR} = 50°$ [hyp] donc $\widehat{IAR} = 50°$.
- La somme des angles du triangle ΔAIR est égale à 180° [thm. « $\Sigma\alpha=180$ »]
  donc : $\widehat{AIR} = 180° - \widehat{ARI} - \widehat{IAR}$
  or on a $\widehat{ARI} = 40°$ [hyp] et $\widehat{IAR} = 50°$
  donc $\widehat{AIR} = 180° - 40° - 50° = 90°$.

Le triangle ΔAIR est donc rectangle en I [déf «Δ rect »]

(b) Le triangle ΔAIR étant rectangle en I, il en résulte que son hypoténuse [AR] est un diamètre du cercle dans lequel il est inscrit [thm réciproque « cercle de Thalès »].

Exercice 10

- $\widehat{ABB'}$ et $\widehat{AA'B'}$ sont deux angles inscrits dans le même cercle [par déf] et qui interceptent le même arc $\widehat{AB'}$ [hyp] donc $\widehat{ABB'} = \widehat{AA'B'}$ [thm « α inscrits»].

- D'autre part, les angles $\widehat{AA'B'}$ et $\widehat{A'AB}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int »] et les droites $d_{AA'}$ et $d_{BB'}$ étant parallèles [hyp], alors $\widehat{AA'B'} = \widehat{A'AB}$ [thm « α alt-int »].

- Ainsi $\widehat{ABB'} = \widehat{A'AB}$ [car tous deux égaux à $\widehat{AA'B'}$] et comme I est le point d'intersection des droites $d_{AA'}$ et $d_{BB'}$, on trouve : $\widehat{ABI} = \widehat{IAB}$ et donc $\overline{IA}=\overline{IB}$ [thm «Δ isoc »] et donc le triangle ΔABI est isocèle en I [déf «Δ isoc »].