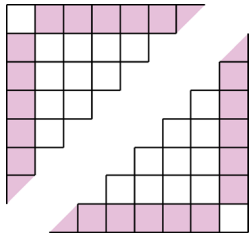


Narration de recherche

- Deux nombres ont pour somme 300. De combien augmente leur produit, si j'ajoute 7 à chacun d'eux ?
- Deux nombres ont pour somme le nombre a . De combien varie leur produit, si je soustrais b à chacun d'eux ?

Activité 1 : Un carré sans coins



On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de petites cases ayant pour côté un carreau. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées en rose, sauf les quatre coins.

1. Réalise une figure de 3 carreaux de côté. Indique le nombre de cases roses. Recommence avec un carré de 4 carreaux de côté puis avec un carré de 5 carreaux de côté.

2. Quel est le nombre de cases roses pour un carré de 6 carreaux de côté ? Et pour 12 carreaux ? Et pour 100 ?

3. Le professeur appelle x le nombre de carreaux d'un côté du carré et G le nombre de cases roses. Des élèves ont obtenu les expressions suivantes :

Anis: $G = x \cdot 4 - 2$

Chloé: $G = 4 \cdot (x - 2)$

Enzo: $G = 4 \cdot x - 8$

Basile: $G = x - 2 \cdot 4$

Dalila: $G = (x - 2) \cdot 4$

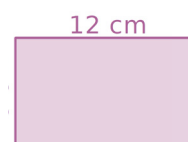
Florian: $G = 4 \cdot x - 4$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

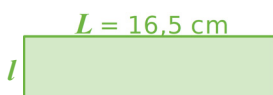
4. Calcule le nombre de cases roses lorsque $x = 6$ puis $x = 24$ et enfin pour $x = 100$.

Activité 2 Rectangles cousins

1. Calcule le périmètre et l'aire des deux rectangles suivants. Que remarques-tu ?



Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.



2. Un 3^e rectangle a pour longueur $L = 16,5$ cm. Calcule sa largeur l puis son aire.

3. Donne les mesures d'un 4^e rectangle de même périmètre.

4. La longueur peut-elle valoir 8 cm ? Et 21 cm ? Justifie et donne les valeurs possibles pour la longueur.

5. Écris une expression qui permet de calculer la largeur l en fonction de la longueur L .

6. En voulant exprimer l'aire du rectangle en fonction de sa longueur L , des élèves ont donné les réponses suivantes.

Gaël : $A = L \cdot 20 - L$

Hamid : $A = L \cdot (20 - L)$

Karen : $A = 20L - L^2$

Inès : $A = 2 \cdot L + 2 \cdot (20 - L)$

José : $A = L \cdot 20 - 2 \cdot L$

Liam: $A = L^2 - 20 \cdot L$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

7. Calcule l'aire de ces rectangles pour toutes les valeurs entières de L possibles. Pour quelle valeur de L l'aire semble-t-elle la plus grande ?

Méthode 1 : Écrire une expression en respectant les conventions

À connaître

Pour **alléger l'écriture d'une expression littérale**, on peut supprimer le signe de multiplication \cdot devant une lettre ou une parenthèse.

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe \cdot entre deux nombres.

Exemple : Supprime les signes \cdot , lorsque c'est possible, dans l'expression suivante :
 $A = 5 \cdot x + 7 \cdot (3 \cdot x + 2 \cdot 4)$.

$A = 5 \cdot x + 7 \cdot (3 \cdot x + 2 \cdot 4)$ \longrightarrow On repère tous les signes \cdot de l'expression.

$A = 5x + 7(3x + 2 \cdot 4)$ \longrightarrow On supprime les signes \cdot devant une lettre ou une parenthèse.

À connaître

Pour tout nombre a , on peut écrire : $a \cdot a = a^2$ (qui se lit « a au carré »)
 $a \cdot a \cdot a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

Exercice « À toi de jouer »

1 Simplifie les expressions en supprimant le signe \cdot lorsque c'est possible :

$$B = b \cdot a$$

$$C = 5 \cdot x \cdot x \cdot x$$

$$D = (3,7 \cdot y - 1,5 \cdot z + 0,4 \cdot 3,5) \cdot 9$$

2 Remplace les signes \cdot dans chacune des expressions suivantes :

$$E = 12 ac + 35 ab - 40 bc$$

$$F = 1,2 abc$$

$$G = 5,6 (x^2 - 2,5 y + 32)$$

Méthode 2 : Remplacer des lettres par des nombres

À connaître

Pour **calculer une expression littérale pour une certaine valeur des lettres**, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs.

Exemple : Calcule l'expression $A = 5x(x + 2)$ pour $x = 3$.

$A = 5 \cdot x \cdot (x + 2)$ \longrightarrow On remplace les signes \cdot dans l'expression A .

$A = 5 \cdot 3 \cdot (3 + 2)$ \longrightarrow On remplace la lettre x par sa valeur **3**.

$A = 15 \cdot 5$ \longrightarrow On effectue les calculs.

$$A = 75$$

Exercice « À toi de jouer »

3 Calcule les expressions suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = 6$:

$$E = 3x(x + 5)$$

$$F = 7x - x^2$$

$$G = x^3 + 3x^2 - x$$

4 Calcule les expressions pour $a = 3$ et $b = 5$:

$$B = 4a + 5b - 56$$

$$C = a^3 + b^2 + 7ab$$

$$D = 2(5a + 3b + 1)$$

Simplifier une expression littérale

1 Recopie les expressions suivantes en supprimant le signe \cdot s'il est inutile :

$A = 9 \cdot n$	$E = n \cdot x$
$B = x \cdot 3$	$F = 2 \cdot 6$
$C = 12 \cdot (7 - 3)$	$G = (3 + 6) \cdot (7 - 1)$
$D = 4 \cdot (3,2 + 6)$	$H = 16 \cdot 3,5 \cdot R$

2 Recopie les expressions suivantes en ajoutant le signe \cdot lorsqu'il est sous-entendu :

$A = 3x + 2$	$E = 3a - 5b$
$B = ab - 4$	$F = ab + 3 \cdot 7a$
$C = 5(2x - 7)$	$G = b - a + 7(3x + 7)$
$D = 2a(2 + 8)$	$H = a + a - 7b + 1$

3 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible :

$A = 3 \cdot a \cdot b$	$E = 2 \cdot 3 + 7 - 1$
$B = 3 \cdot a - 4 \cdot b$	$F = 2 + 5 + 3 \cdot b$
$C = 8 \cdot a \cdot b \cdot 2$	$G = (2,5 - 1) \cdot a \cdot b$
$D = 3 \cdot (2 \cdot a + b) \cdot 5$	$H = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot (b \cdot c)$

4 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible en utilisant les notations "au carré" et "au cube" si nécessaire :

$A = 1 \cdot a + a \cdot a$	$E = a \cdot a \cdot b \cdot 3$
$B = a \cdot a \cdot a - 0 \cdot b$	$F = 1 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot 0$
$C = 6 \cdot a \cdot a - a$	$G = a \cdot 2 \cdot b \cdot a \cdot b$
$D = 2 \cdot a \cdot 3 \cdot a$	$H = (a + b) \cdot (a + b)$

Aire d'un carré de côté c : $c \cdot c =$

5 Traduis par une expression littérale les phrases suivantes :

- | | |
|---|---|
| a. La somme de x et de 13. | c. La différence de x et de 7. |
| b. Le double de x . | d. Le tiers de x . |
| e. Le triple de la somme de 2 et de x . | |
| f. Le tiers de la différence entre 16 et x . | |

6 Calcule les expressions suivantes pour les valeurs de x et de y indiquées :

$A = 4x + 3$	$D = x^2 + 2xy + y^2$
$B = 3x^2$	$E = x^2 + y^2$
$C = xy - x - y + 4$	$F = x^2y$

Pour $x = 2$ et $y = 3$ puis pour $x = 3$ et $y = x$.

Produire une expression littérale

7 Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de a et de b sachant qu'un trait bleu mesure a cm, un trait rose mesure $2a$ cm et un trait vert mesure b cm :

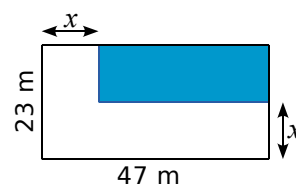


Calcule ces deux périmètres pour $a = 1,3$ et $b = 4$.

8 Aire en fonction de x

a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x .

b. Combien vaut cette aire si $x = 14,7$ m ?



9 Pour son téléphone portable, Grégoire paye : 12 CHF d'abonnement, a CHF par SMS envoyé et 40 centimes par minute de communication.

a. Écris une expression permettant de calculer sa dépense sachant que ce mois-ci, Grégoire a envoyé 30 SMS et a utilisé m minutes de communications.

b. Quelle est cette dépense si $a = 0,8$ et $m = 150$?

10 Cendrine a construit un triangle tel que la longueur d'un petit côté vaut la moitié de celle du grand et la longueur du moyen vaut les trois quarts de celle du grand.

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur L du plus grand des côtés.

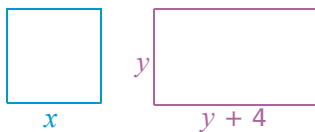
b. Détermine le périmètre si L vaut 7 cm.

11 Marc a rentré trois nombres en mémoire dans sa machine à calculer. Pour cela, il a utilisé les lettres a , b et c . Il veut maintenant calculer les expressions suivantes :

- $S = 2a - 3b + 7c + 5$
- $T = 7ab + 4c - 8$

Calcule ces expressions pour $a = 12$, $b = 5$ et $c = 7$. Vérifie les résultats obtenus à l'aide de ta calculatrice.

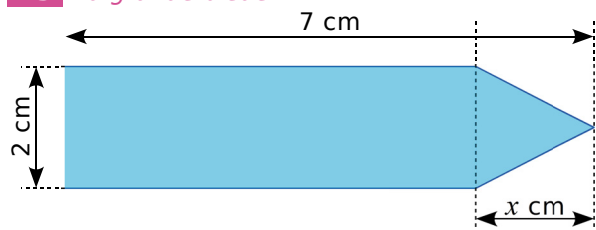
12 Exprime en fonction de x et y les périmètres du carré et du rectangle suivants :



Pour les valeurs de x et de y suivantes, le périmètre du carré est-il supérieur à celui du rectangle ?

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| a. $x = 2$ et $y = 1$; | c. $x = 6$ et $y = 3$; |
| b. $x = 3$ et $y = 1$; | d. $x = 10$ et $y = 7$. |

13 *La grande bleue*



a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de x .

b. Calcule cette aire pour $x = 3$ cm.

14 Marie dit qu'en ajoutant deux nombres impairs, on obtient toujours un nombre impair.

a. Prouve-lui qu'elle a tort à l'aide d'un contre-exemple.

b. En utilisant la variable n , écris une expression désignant un nombre pair puis une autre désignant un nombre impair.

c. Utilise la question **b.** pour démontrer à Marie que la somme de deux nombres impairs n'est jamais impaire.

15 Vanessa a acheté un cahier à 2 CHF et trois classeurs à x CHF.

a. Exprime le prix total qu'elle a payé en fonction de x .

b. Elle a payé 23 CHF en tout. Retrouve le prix d'un classeur.

16 *Un carré qui grandit*

Soit ABCD un carré de 5 cm de côté.

a. Calcule le périmètre et l'aire de ABCD.

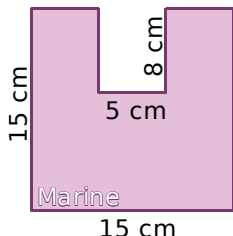
On augmente son côté de k cm. Exprime, en fonction de k :

- b.** la longueur L de ce nouveau côté ;
- c.** le nouveau périmètre P de ce carré ;
- d.** la nouvelle aire S de ce carré ;
- e.** l'augmentation A_p du périmètre ;
- f.** l'augmentation A_s de l'aire.

17 Tracé d'un U dans une feuille

En cours d'Arts Plastiques, le professeur distribue aux élèves des feuilles carrées de 15 cm de côté. Il leur demande de découper un rectangle de largeur 5 cm pour former la lettre U.

a. Marine découpe un rectangle de longueur 8 cm (et de largeur 5 cm). Calcule le périmètre du U de Marine.



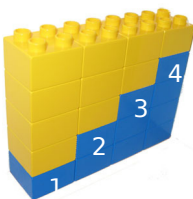
b. Ses amies Alison et Laura ont découpé des rectangles de largeur 5 cm mais de longueurs différentes : celui d'Alison a une longueur de 6,3 cm alors que celui de Laura a une longueur de 9,6 cm. Calcule les périmètres des U d'Alison et de Laura. Quelle partie du calcul est la même pour tous les U ?

c. Après tous ces calculs, Kévin remarque que si L désigne la longueur du rectangle en centimètres et P le périmètre du U en centimètres, alors $P = 60 + 2L$. Calcule P lorsque $L = 7,5$ cm et lorsque $L = 10$ cm.

d. Priscilla dit : « On peut encore simplifier : $60 + 2 = 62$ donc $P = 62L$ ». Utilise l'expression proposée par Priscilla pour calculer P lorsque $L = 10$ cm. Que penses-tu de sa proposition ? Pourquoi ?

18 Construction d'un escalier

Clémence a fabriqué un escalier de quatre marches à l'aide de briques bleues toutes identiques d'un jeu de construction. Martin a ajouté des briques jaunes (toutes identiques) afin de former le même escalier « à l'envers » au dessus.



a. Quel est le nombre de briques bleues utilisées ? Écris-le sous la forme d'une somme.

b. Clémence rajoute des briques bleues pour obtenir une cinquième marche à son escalier. À son tour, Martin rajoute autant de briques jaunes pour avoir le même escalier « à l'envers ».

- Réalise un dessin représentant les deux escaliers. Ils forment un rectangle.
- Quel est alors le nombre total de briques utilisées ? Écris-le sous la forme d'un produit.
- Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5$.

c. Sans faire de dessin, donne le nombre total de briques qu'il faudrait si on rajoutait une sixième marche à chacun des deux escaliers. Quel serait alors le nombre de briques bleues ? Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$.

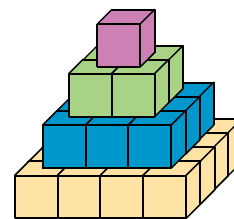
d. On appelle n le nombre de marches d'un escalier.

- Écris une expression qui indique le nombre total de briques nécessaires à la construction de deux escaliers de n marches.
- Et pour un seul escalier ?
- Quelle égalité peut-on alors écrire ?

e. Combien de briques faut-il pour construire un escalier de 30 marches ? Et pour un escalier de 300 marches ?

19 La pyramide de Gelo

Maurice a construit une pyramide de briques Gelo comme ci-dessous. Il y a une brique au premier étage, 4 briques au deuxième étage, 9 briques au troisième étage...



a. Combien y a-t-il de briques au 4^e étage ? Au 20^e étage ? Au n^e étage ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un étage ? Deux étages ? Trois étages ? Quatre étages ?

Maurice veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt étages. Ne voulant pas faire un gros calcul, il cherche sur internet une formule lui donnant le résultat. Il a trouvé les trois expressions suivantes où n représente le nombre d'étages :

$$A = -6n + 7$$

$$B = \frac{5n^2 - 7n + 4}{2} \quad C = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Maurice veut alors vérifier la véracité de ces informations.

c. En testant chacune des formules avec les valeurs trouvées à la question b., quelles sont les formules que l'on peut éliminer d'office ?

d. Maurice demande à son professeur si la formule non éliminée est exacte. Il lui répond par l'affirmative. Combien de briques sont nécessaires pour construire cette pyramide à vingt étages ?

Boîte noire...

1^{re} Partie : Pour bien démarrer ...

a. Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 3 ;
- Ajouter 4 au résultat précédent.

Appliquez ce programme pour les nombres : 3 ; 5 et 2,5.

b. On considère l'expression : $A = 3x + 4$. Calculez A pour $x = 5$ puis pour $x = 2,5$. Que remarquez-vous ? Expliquez pourquoi.

c. Quel programme de calcul correspond à l'expression $B = 7x - 3$?

d. Essayez de construire un programme de calcul permettant d'obtenir 5 quand on choisit 2 pour nombre de départ. Y a-t-il une seule solution selon vous ?

e. Achille a écrit un programme de calcul sur son cahier mais il l'a oublié chez lui. Il avait noté sur une feuille à part le tableau suivant :

Nombre de départ	2	4	17
Résultat du programme	9	11	24

À partir de ce tableau, pouvez-vous retrouver un programme de calcul qui conviendrait ?

f. À l'aide de ce programme, recopiez le tableau précédent puis complétez-le avec trois nouveaux nombres de départ : 5,5 ; 7 et 3,1.

g. Donnez l'expression avec la lettre x qui correspond à ce programme.

h. Voici un autre tableau de valeurs :

Nombre de départ	2	10	1.5
Résultat du programme	5	21	4

Leïla dit que l'expression $C = 3x - 1$ pourrait parfaitement convenir à un tel tableau. Expliquez pourquoi elle se trompe.

i. Trouvez un programme de calcul et l'expression associée qui conviendrait pour ce nouveau tableau.

2^{ème} Partie : Boîte noire

Quand on rentre un nombre dans une boîte noire, elle exécute un programme de calcul pour fournir un résultat.

L'objectif de cette partie est de construire des boîtes noires puis d'essayer de démasquer les boîtes noires d'un autre groupe.

j. Vous allez construire deux boîtes noires : une facile et une difficile. La construction de ces boîtes doit rester secrète pour garder le mystère. Pour chacune de ces deux boîtes, il faut :

- Trouver un programme de calcul, comme à la question a. (les nombres utilisés doivent être des entiers plus petits que 10) ;
- Trouver l'expression qui correspond, comme à la question b. ;
- Faire un tableau comme à la question e., avec trois valeurs et les résultats obtenus.

Pour la boîte facile, le programme ne peut comporter qu'une seule fois la lettre x .

Pour la boîte difficile, le programme ne peut comporter qu'un seul terme avec x^2 .

k. Une fois que vous avez construit vos boîtes, écrivez les deux tableaux de valeurs sur une même feuille. Vérifiez bien que vos tableaux sont corrects ! Échangez cette feuille avec la feuille d'un autre groupe.

l. Quand un groupe pense avoir réussi à décoder une boîte noire, il peut s'en assurer en demandant au groupe qui l'a créée le résultat que donnerait la boîte noire pour la valeur de leur choix. Le défi est relevé quand un groupe est capable d'écrire sur une feuille le programme et l'expression correspondante pour chacune des boîtes noires.

Attention : Si un groupe s'est trompé dans ses calculs pour réaliser le tableau alors c'est ce groupe qui aura perdu le défi !

Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	$5 \cdot x + 2 \cdot y =$	$10xy$	$5x + 2y$	$7xy$	$7x + y$
2	$3x^2y$ est le résultat de ...	$6x \cdot y$	$3x \cdot y$	$3x \cdot xy$	$y \cdot 3x^2$
3	Soit $A = 5x$. Si on remplace x par 5, alors $A = \dots$	55	25	10	$5 \cdot 2$
4	Quels sont les nombres qui vérifient l'inégalité $t - 5 < 2t + 3$?	0	2	-9	10

Récréation mathématique

Les yeux dans l'œil !

Sur la planète Volcoudoeil, il y a deux populations : les Kachmoipalavu qui n'ont qu'un œil et les Jeupeutouzieuter qui en ont trois.

Lors de ma dernière visite sur cette planète, une photo a été prise. J'y figurais avec mes meilleurs amis, issus de ces deux populations. Bref, une photo de 13 personnes et 24 yeux dont les deux miens.

Combien de Kachmoipalavu y avait-il sur cette photo ?

